高校入試過去問(愛 知) (R2)年数学



(100点満点(45)分))

(i)
$$2-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$$
を計算しなさい。

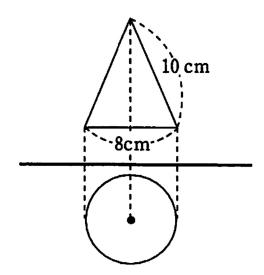
(2)
$$(ab^2)^3 imes rac{3}{2a^2b^5} \div rac{9}{(4ab)^3}$$
 を計算しなさい。

(3)
$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \times \left(1-\frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{8^2}\right)$$
 を計算しなさい。

(4) 空間内において直線 ℓ と平面 P、 Qが与えられているとき、以下の主張が常に正しい場合は解答欄に \bigcirc を、そうでない場合は \times をかきなさい。

【主張】 「ℓ // P, P⊥Qのときℓ⊥Qが成り立つ。】

(6) 右図は円錐の投彫図である。 この円錐の表面積を求めなさい。



(7) 221のすべての正の約数の和を求めなさい。

(8) あるクラスでの10点満点の小テストの結果をまとめると、次の表のようになった。ただし、x, y はともに 1 以上の整数とする。

得点(点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	0	0	1	x	3	2	у	2	3	2	1

この小テストでのすべての生徒の得点の合計は120点であり、得点の最頻値は 6 (点)であった。このとき、xの値を求めなさい。

(9) 『折り紙の数学』で芳賀定理というものがあり、以下の文章はその定理の一部分である。 この文章を読み、BTの長さを求めなさい。

1辺の長さが1cmである正方形ABCDにおいて、辺ABの中点をPとする。

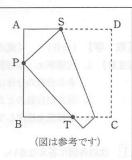
右図は点Pと頂点Dが折り重なったときの様子を表している。

このとき, 図のように2点S, Tをとる。

△ASPに三平方の定理を用いると、

 $SP^2 = AS^2 + AP^2$

が成り立つ。さらに、△ASP∞△BPTが成り立つ。

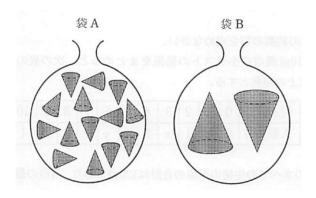


- (0) 3つの赤の帽子と2つの白の帽子がある。前から1列に並んだAさん、Bさん、Cさんの3人に、これら5つの中から赤、白いずれかの帽子をかぶせ、残った帽子は3人に見えないようにします。
 - 3人は自分のかぶっている帽子の色は分かりませんが、BさんはAさんの帽子の、CさんはAさんとBさんの帽子の色が見えています。
- まず、Cさんに自分の帽子の色を尋ねたところ「わからない」と答え、続いてBさんにも自分の帽子の色を尋ねたところ「わからない」と答えました。
- 以上より、Aさんの帽子の色に関してわかることで最も適切なものを以下の(ア)~(ウ)の中から1つ選び記号でかきなさい。
 - (ア) 必ず赤色である
 - (イ) 必ず白色である
 - (ウ) 赤色か白色か決定できない

(1) 同じ原材料で作られた大小2つの相似な円錐形のチョコレートがある。

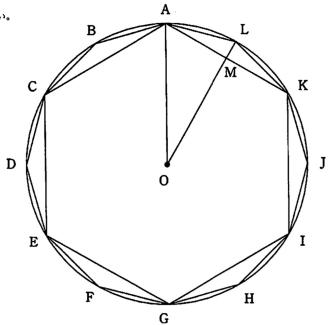
底面の半径は、小が 1 cm、大が 2 cmで、下図のように、袋Aには小が14個、袋Bには大が 2 個入っており、どちらも300円で売られている。

このとき、袋Aと袋Bのうちお買い得な袋を選び、解答欄のAまたはBのいずれかを○で囲みなさい。また、そのように判断した理由も記述しなさい。



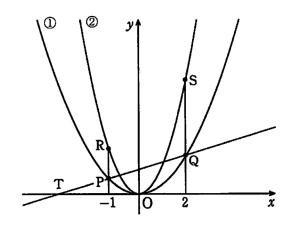
点Oを中心とする半径が1cmの円に内接する正十二角形ABCDEFGHIJKLと正六角形ACEGIKがある。このとき、次の間に答えなさい。

- (1) 直線OLと直線AKの交点をMとするとき、線分LMの長さを求めなさい。
- (2) 線分ALに対し、AL2の値を求めなさい。



関数 $y=x^2\cdots 0$ のグラフ上に、x 座標がそれぞれ-1, 2 である 2 点P, Qがある。点P を通り y 軸に平行な直線および点Q を通り y 軸に平行な直線が、関数 $y=ax^2(a>1)\cdots 2$ のグラフと交わる点をそれぞれR, S とする。また、直線PQとx 軸との交点をTとする。このとき、次の間に答えなさい。

- (1) 点Tのx座標を求めなさい。
- (2) 「四角形PQSRの面積が5のとき、△TPRの 面積を求めなさい。」という問題に対して、Aさ んは解答を作成し、以下はその一部分である。



このとき、空欄アに当てはまる適切な文章を解答欄に記入しなさい。

2点R, Sは2のグラフ上の点であるから、R(-1, a)、S(2, 4a)と表せ、直線RSの傾きは

$$\frac{4a-a}{2-(-1)} = \frac{3a}{3} = a$$

である。

ここで、直線RSの切片をbとすると、直線RSはy = ax + bとなり、

R(-1, a) を通るので

$$a = -a + b$$
 $\sharp 0$ $b = 2a$

となる。

よって、直線RSを表す式は y=ax+2a となり、この式は y=a(x+2) と変形できるので、x+2=0 すなわち x=-2 のとき、a の値に関係なく y=0 が常に成り立つ。したがって、a の値に関係なく p=0 。

(3) 四角形PQSRの面積が5のとき、△TPRの面積を求めなさい。

Aさんは夏休みの数学に関する自由研究のテーマに『フィボナッチ数列』を選び研究しました。 次のAさんの研究発表の原稿を読み、以下の問に答えなさい。

【原稿】

まず、数(値)が順番に並んでいるものを数列といいます。

その中で、『フィボナッチ数列』と呼ばれる、並び方が規則的である数列について調べま した。

フィボナッチ数列とは前の2つの数を足したものが次の数になるもので、1番目と2番目の数はともに1とします。

以上の条件からフィボナッチ数列の数を順番にかき出すと,

となります。

私がフィボナッチ数列に興味を持ったのは、『ひまわりは黄金の花』という記事を読んだからでした。その記事の中には、

『ひまわりの種の並びを曲線で表したとき、時計回りまたは、反時計回りの2種類の曲線があり、その曲線の本数はどの大きさのひまわりも

- ・時計回りは21本, 反時計回りは34本
- ・時計回りは34本、反時計回りは55本
- ・時計回りは55本、反時計回りは ア 本

の3つのパターンのいずれかになり、それらの数はフィボナッチ数列に現れる。』と書かれていました。(写真は参考)

また、その記事には他の花もフィボナッチ数列と密接な関係があるということも書かれていました。

調べていくうちに.

フィボナッチ数列の n 番目の数は

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

と表されることも分かりました。

時計回り

イ である√5が

含まれているにも関わらず、計算すると必ず整数になることがとても神秘的でした。

また、 $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は黄金比とも呼ばれており、ミロのビーナス、凱旋門、パルテノン神殿

など様々な建築物や芸術作品でもその比がみられることも知りました。現代においても名刺 の縦と横の長さの比が黄金比に近いそうです。

今回の研究から芸術と数学は様々な関係があることが分かり、もっと知りたいと思いました。

- (1) 空欄アに当てはまるフィボナッチ数列11番目の数を求めなさい。
- (2) 空欄イに当てはまる最も適切な語句を次の(A)~(D)の中から1つ選び記号でかきなさい。
 - (A) 自然数 (B) 整数 (C) 有理数 (D) 無理数
- (3) フィボナッチ数列を順番に1番目から100番目までかいたときに現れる数のうち、3の倍数は全部で何個あるか求めなさい。
- (4) Aさんの発表を聞いたBさんは調べ直すと次の問題に応用できることがわかった。 次の間に答えなさい。

10段からなる階段を一番上まで上がるのに、1歩で1段、または1歩で2段のいずれかの 方法を組み合わせて上がるとき、階段の上がり方は全部で何通りありますか。

高校入試過去問(愛 知) (R2)年数学



(100点満点(45)分))

(1) $2-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}$ を計算しなさい。

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad 1 = \frac{1}{2} \quad 1 + \frac{2}{3} \quad t = \frac{3}{2}$$

$$2 - \frac{1}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

(2) $(ab^2)^3 \times \frac{3}{2a^2b^5} \div \frac{9}{(4ab)^3}$ を計算しなさい。

$$= \alpha^{3}b^{6} \times \frac{3}{2\alpha^{2}b^{5}} \times \frac{64\alpha^{3}b^{3}}{9}$$

$$= \frac{32\alpha^{4}b^{4}}{3}$$



指数法钞 $(\chi^a)^b = \chi^{a \times b}$ $\chi^{a} \times \chi^{b} = \chi^{a+b}$ $\chi^a + \chi^b = \chi^{a-b}$

(3)
$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right) \times \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \times \left(1-\frac{1}{4^2}\right) \times \cdots \times \left(1-\frac{1}{8^2}\right)$$
 を計算しなさい。

$$= \frac{2^2 - 1}{2^2} \times \frac{3^2 - 1}{3^2} \times \frac{4^2 - 1}{4^2} \times \dots \times \frac{8^2 - 1}{8^2}$$

$$= \frac{(2+1)(2-1)}{2^2} \times \frac{(3+1)(3-1)}{3^2} \times \frac{(4+1)(4-1)}{4^2} \times \cdots \times \frac{(8+1)(8-1)}{8^2}$$

$$= \frac{1 \times 2 \times 3^{2} \times 4^{2} \times 5^{2} \times 6^{2} \times 7^{2} \times 8 \times 9}{2^{2} \times 3^{2} \times 4^{2} \times 5^{2} \times 6^{2} \times 7^{2} \times 8^{2}} = \frac{1 \times 9}{2 \times 8} = \frac{9}{16}$$

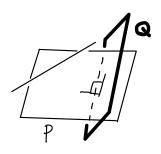


複雑 は計算ほど 計算減りの活用が不可欠し

(4) 空間内において直線 ℓと平面 P, Qが与えられているとき, 以下の主張が常に正しい場合は解 答欄に○を、そうでない場合は×をかきなさい。

【主張】 「ℓ // P, P⊥Qのときℓ⊥Qが成り立つ。】

左回のような関係の場合 月上口ではなりので ×



(5) 濃度が13%の食塩水と7%の食塩水を混ぜて、濃度が9%の食塩水を450g作る。このとき、濃 度が13%の食塩水を何 g 混ぜればよいか答えなさい。

食塩の量 が 両型で等いので

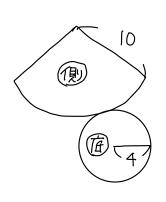
$$9 \times \frac{13}{100} + (450 - 2) \times \frac{7}{100} = 450 \times \frac{9}{100}$$

両型×100

$$13\chi + 3150 - 7\chi = 4050$$

 $6\chi = 800$
 $\chi = 150$

(6) 右図は円錐の投影図である。 この円錐の表面積を求めなさい。

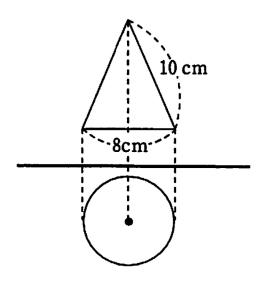




(関) = 店面の料理 x 母線x 兀

を理解しておくと

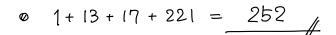
4x10xれが時短



便) + 庙
=
$$10 \times 10 \times \pi \times \frac{4 \times 2 \times \pi}{10 \times 2 \times \pi} + 4 \times 4 \times \pi$$

$$=40\pi+16\pi=56\pi(cm^2)$$

- (7) 221のすべての正の約数の和を求めなさい。
- の 約数 を 見つける ための 奉四数分解
 を すると 13×17 なのでは
 正の約数 は 1、13、17、221





2けた同士をかけた 1の仕が 1 がヒュト となる。



約数問題は個数までおせえておころ。 $2^a y^b z^c ェ$ 素因致分解できたら個数は、(a+1)(b+1)(c+1)個

(8) あるクラスでの10点満点の小テストの結果をまとめると、次の表のようになった。ただし、x, y はともに 1 以上の整数とする。

得点(点)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数(人)	0	0	1	х	3	2	у	2	3	2	1

この小テストでのすべての生徒の得点の合計は120点であり、得点の最頻値は6(点)であった。このとき、xの値を求めなさい。

- ① 得点 × 人数 の 和 = 120 $1 \times 0 + 2 \times 1 + 3 \times 3 + 4 \times 3 + 5 \times 2$ $+ 6 \times 3 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 \times 2 + 10 \times 1 = 120$ 3 + 23 = 10 $4 = \frac{10 3}{2}$
- ② 最短値 が 6 なので 2 $4 \ge 4$, χ は $1 \le \chi < 4$ これらの条件 に あうのは $(\chi, \xi) = (2.4)$ $\chi = 2$

(9) 『折り紙の数学』で芳賀定理というものがあり、以下の文章はその定理の一部分である。 この文章を読み、BTの長さを求めなさい。

1辺の長さが $1 \, \text{cm}$ である正方形ABCDにおいて、辺ABの中点をPとする。

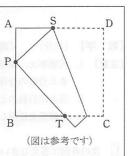
右図は点Pと頂点Dが折り重なったときの様子を表している。

このとき, 図のように2点S, Tをとる。

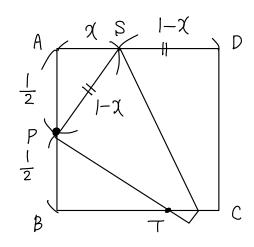
△ASPに三平方の定理を用いると,

 $SP^2 = AS^2 + AP^2$

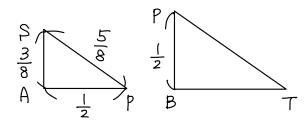
が成り立つ。さらに、△ASP∞△BPTが成り立つ。



の 図のようになり $\triangle ASP$ で 三平方の定理 を用いて $\chi^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(1-\chi\right)^2$ $\chi = \frac{3}{8}$ (cm)



@ △ASP ∞ △BPT by



$$SA: PB = AP: BT$$

$$\frac{3}{8}: \frac{1}{2} = \frac{1}{2}: BT$$

$$\frac{3}{8}BT = \frac{1}{4}$$

$$BT = \frac{2}{3} ccm$$



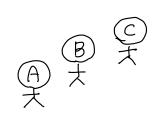
今回は AASP の ABPT のヒントが出たが 普通は ないので 気が3ように はう。 (0) 3つの赤の帽子と2つの白の帽子がある。前から1列に並んだAさん、Bさん、Cさんの3人に、これら5つの中から赤、白いずれかの帽子をかぶせ、残った帽子は3人に見えないようにします。

3人は自分のかぶっている帽子の色は分かりませんが、BさんはAさんの帽子の、CさんはAさんとBさんの帽子の色が見えています。

まず、Cさんに自分の帽子の色を尋ねたところ「わからない」と答え、続いてBさんにも自分の帽子の色を尋ねたところ「わからない」と答えました。

以上より、Aさんの帽子の色に関してわかることで最も適切なものを以下の(ア)~(ウ)の中から1つ選び記号でかきなさい。

- (ア) 必ず赤色である
- (イ) 必ず白色である
- (ウ) 赤色か白色か決定できない





最も情報が901人から考えていころも

- ① … ②は ③图 が 共に自なら 自分が未しかないるででかからない」とは答えないるで、次の場合が考えられる。
 - A 未 B 自
 - **倒白** 图赤
 - A 未 B 赤
- ② … 圏は 〇の「わからない」を関いてから「飼はわからない」と答えたので
 - ●自 なら ®の自はありえないので ®赤は確定する。 確定するなら ®は「かからない」とは答えないので
 - (A) 赤が決まる。

· (ア) A は 必 亦 赤

(1) 同じ原材料で作られた大小2つの相似な円錐形のチョコレートがある。

底面の半径は、小が $1 \, \text{cm}$ 、大が $2 \, \text{cm}$ で、下図のように、袋Aには小が $14 \, \text{個}$ 、袋Bには大が $2 \, \text{個}$ 入っており、どちらも300円で売られている。

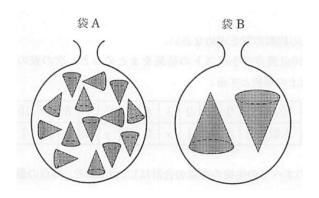
このとき、袋Aと袋Bのうちお買い得な袋を選び、解答欄のAまたはBのいずれかを○で囲みなさい。また、そのように判断した理由も記述しなさい。

◎ 小と大は相似で

相似比は 1:2 なので

体積比は 13:23

z. 1:8



- の 袋 A = 体種比 1 が14個 なので 1×14 = 14
- ◎ 袋B = 同様に 8×2 = 16

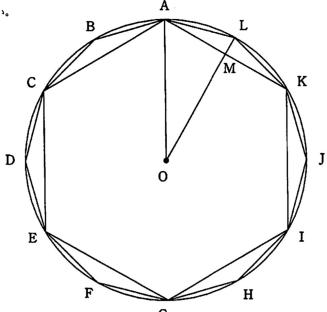
.. 同じ300円なら 量の分が発Bの方が得。 点Oを中心とする半径が1cmの円に内接する正十二角形ABCDEFGHIJKLと正六角形ACEGIKがある。このとき、次の間に答えなさい。

(1) 直線OLと直線AKの交点をMとするとき、線分LMの長さを求めなさい。

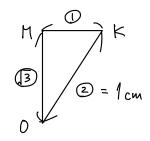
60°

(2) 線分ALに対し、AL2の値を求めなさい。

A 1 M M 60° K



- 円の半径 は といこも 等 い1ので1 OA = OL =OK = 1
- \emptyset \triangle OMK It 30°, 60°, 90° $\forall 500$ 7" OM = $\frac{13}{2}$ cm
- $0 LM = 0L 0M = 1 \frac{\sqrt{3}}{2} (cm)$



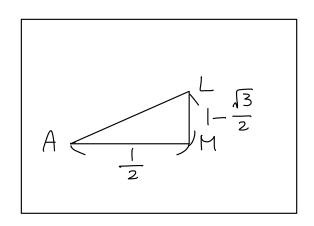
(2)
△ ALM で 三平方の定理を用いて

$$AL^{2} = AM^{2} + LM^{2}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{2} + \left(1 - \frac{13}{2}\right)^{2}$$

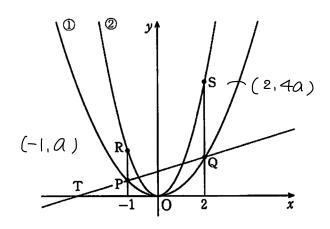
$$= \frac{1}{4} + 1 - \sqrt{3} + \frac{3}{4}$$

$$= 2 - \sqrt{3} \quad (cm)$$



関数 $y=x^2\cdots 0$ のグラフ上に、x 座標がそれぞれ-1, 2 である 2 点P, Qがある。点P を通り y 軸に平行な直線および点Q を通り y 軸に平行な直線が、関数 $y=ax^2(a>1)\cdots 2$ のグラフと交わる点をそれぞれR, S とする。また、直線PQとx 軸との交点をTとする。このとき、次の間に答えなさい。

- (1) 点Tのx座標を求めなさい。
- (2) 「四角形PQSRの面積が5のとき、△TPRの面積を求めなさい。」という問題に対して、Aさんは解答を作成し、以下はその一部分である。



このとき、空欄アに当てはまる適切な文章を解答欄に記入しなさい。

2点R, Sは2のグラフ上の点であるから、R(-1, a), S(2, 4a)と表せ、直線RSの傾きは

$$\frac{4a-a}{2-(-1)} = \frac{3a}{3} = a$$

である。

ここで、直線RSの切片を b とすると、直線RSは $y = \alpha x + b$ となり、

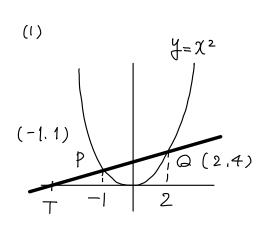
R(-1, a) を通るので

$$a = -a + b$$
 $\downarrow b$ $b = 2a$

となる。

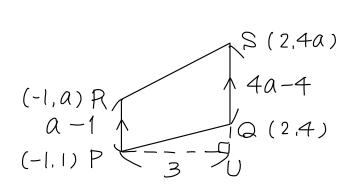
よって、直線RSを表す式は y=ax+2a となり、この式は y=a(x+2) と変形できるので、x+2=0 すなわち x=-2 のとき、a の値に関係なく y=0 が常に成り立つ。したがって、a の値に関係なく p=0 。

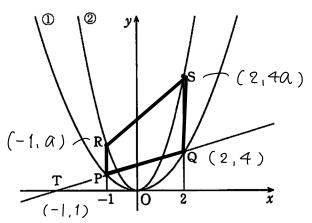
(3) 四角形PQSRの面積が5のとき、△TPRの面積を求めなさい。



- の PQの傾き = $\frac{4-1}{2-(-1)}$ = 1 y = x + b で (2,4) を 通るので 4 = 2 + b b = 2PQ: y = x + 2
- の 外軸 は 3=0 なのご イゼ入し 0=x+2 x=-2
- (2) RSは y= a(x+2) なのでは x=-2のとき Aの値に 関係なく y=0とは3。 RSはT(-2,0)を常に通る。 以上より 点丁は RS上にある。

(3) 四角形PQSRの面積が5のとき、△TPRの面積を求めなさい。





の 四角型 PQSR について

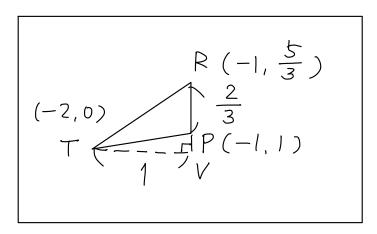
- · PR/PQ なので 台形とはる。

O ATPR 1= 7117

$$\triangle TPR
= RP \times TV \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3}$$



Aさんは夏休みの数学に関する自由研究のテーマに『フィボナッチ数列』を選び研究しました。 次のAさんの研究発表の原稿を読み、以下の問に答えなさい。

【原稿】

まず、数(値)が順番に並んでいるものを数列といいます。

その中で、『フィボナッチ数列』と呼ばれる、並び方が規則的である数列について調べま した。

フィボナッチ数列とは前の2つの数を足したものが次の数になるもので、1番目と2番目の数はともに1とします。

以上の条件からフィボナッチ数列の数を順番にかき出すと,

となります。

私がフィボナッチ数列に興味を持ったのは、『ひまわりは黄金の花』という記事を読んだからでした。その記事の中には、

『ひまわりの種の並びを曲線で表したとき、時計回りまたは、反時計回りの2種類の曲線があり、その曲線の本数はどの大きさのひまわりも

- ・時計回りは21本, 反時計回りは34本
- ・時計回りは34本、反時計回りは55本
- ・時計回りは55本、反時計回りは ア 本

の3つのパターンのいずれかになり、それらの数はフィボナッチ数列に現れる。』と書かれていました。(写真は参考)

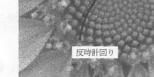
また、その記事には他の花もフィボナッチ数列と密接な関係があるということも書かれていました。

調べていくうちに.

フィボナッチ数列の n 番目の数は

$$\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$$

と表されることも分かりました。



含まれているにも関わらず、計算すると必ず整数になることがとても神秘的でした。

また、 $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ は黄金比とも呼ばれており、ミロのピーナス、凱旋門、パルテノン神殿

など様々な建築物や芸術作品でもその比がみられることも知りました。現代においても名刺 の縦と横の長さの比が黄金比に近いそうです。

今回の研究から芸術と数学は様々な関係があることが分かり、もっと知りたいと思いました。

- (1) 空欄アに当てはまるフィボナッチ数列11番目の数を求めなさい。
- (2) 空欄イに当てはまる最も適切な語句を次の(A)~(D)の中から1つ選び記号でかきなさい。
 - (A) 自然数 (B) 整数 (C) 有理数 (D) 無理数
- (3) フィボナッチ数列を順番に1番目から100番目までかいたときに現れる数のうち、3の倍数は全部で何個あるか求めなさい。
- (4) Aさんの発表を聞いたBさんは調べ直すと次の問題に応用できることがわかった。 次の問に答えなさい。

10段からなる階段を一番上まで上がるのに、1歩で1段、または1歩で2段のいずれかの方法を組み合わせて上がるとき、階段の上がり方は全部で何通りありますか。

(1)

ア、前の2つの数 の和なので 34+55 = 89

(2)

イ、無理教(D)

(3) 次ページ

- (3) フィポナッチ数列を順番に1番目から100番目までかいたときに現れる数のうち、3の倍数は全部で何個あるか求めなさい。
- Ø 3の倍数 = 3で割3と余り○のことなのでは余りの数列を考える。
- の 1 1 2 3 5 8 13 21 3で割った 1 1 2 0 2 2 1 0 ← 8コ中2コが 余り ______ 3の倍数

345589 144 233 377 610 987 1 1 2 0 2 2 1 0

これがくり返されることがわかる。

の 100 亡8 = 12 …4 なので 3の倍較 5 27×12 + 17 = 257 余り47 — 州

(4) Aさんの発表を聞いたBさんは調べ直すと次の問題に応用できることがわかった。 次の問に答えなさい。

10段からなる階段を一番上まで上がるのに、1歩で1段、または1歩で2段のいずれかの方法を組み合わせて上がるとき、階段の上がり方は全部で何通りありますか。

- o 1段のとき ··· 1歩のみなので 1面り
- o 2段のとき … (1,1)(2,0) a 2通り
- 。 3段 / … (1.1.1)(1.2.0)(2.1.0)。3通)
- 今 4段 / … (1,1,1,1)(1,1,2,0)(1,2,1,0)(2,1,1,0)(2,2,0,0)。5通り

ハンと フィボナックを多り となっている。

段目①②③④⑤⑥②⑤②⑥

:. 89通り