高校入試過去問(　東　邦　　)(H30)年数学

（１００点満点（ 40 ）分））

１．

---

(1)　$(-10)^3 \div (-5) \times 2^3$ を計算せよ。

(2)　$(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2+\dfrac{30}{\sqrt{15}}$ を簡単にせよ。

(3)　$(a-b)(a-b+c)$ を展開せよ。

(4)　連立方程式 $5x-7y+3=2x-3y+5=10$ を解け。

(5)　$x=500.28$，$y=499.72$ のとき，x^2-y^2 の値を求めよ。

2.

(1)　84の正の約数のうち，素数であるものを小さい順に並べた。このとき，小さい方から３番目の数を答えよ。

(2)　２つの関数 $y=x^2$ と $y=-4x+3$ について，x の値が，a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合が等しいとき，a の値を求めよ。

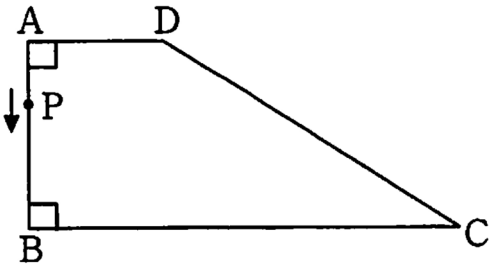
(3)　100円硬貨が１枚，50円硬貨が２枚の計３枚を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が100円以上となる確率を求めよ。

(4)　４つの数 $\frac{3}{5}$，$\sqrt{\frac{3}{5}}$，$\frac{\sqrt{3}}{5}$，$\frac{3}{\sqrt{5}}$ を，小さい方から順に書け。

(5)　ある市の水道料金は，使用量が$10m^3$から$30m^3$までの範囲では，使用量の一次関数になっている。ある家庭の水道料金は，$20m^3$使った６月は2,250円，$26m^3$使った８月は3,150円であった。$17m^3$使った10月の水道料金はいくらか。

3.

AB＝3㎝，BC＝6㎝，CD＝5㎝，DA＝2㎝，∠A＝∠B＝90°の台形ABCDの周上を，点Pは毎秒1㎝の速さで，AからB，Cを通ってDまで移動する。点PがAを出発してからx秒後の△APDの面積をy㎠とするとき，次の問いに答えよ。



(1) 次の①～③のそれぞれの場合において，xとyの関係を表す式を求めよ。

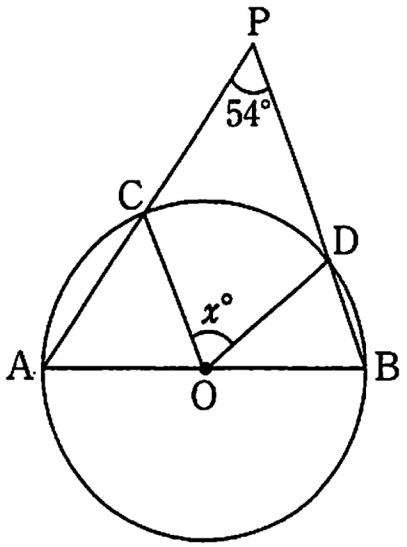
① $0 \leqq x \leqq 3$のとき　② $3 \leqq x \leqq 9$のとき　③ $9 \leqq x \leqq 14$のとき

(2) (1)で求めたxとyの関係を表すグラフを書け。

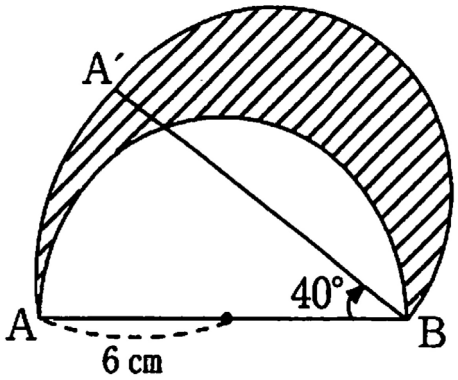
(3) △APDの面積が2度目に2㎠になるのは，点PがAを出発してから何秒後か。

4.

(1) ABを直径とする円の周上に２点C，Dが図のようにあって，∠APB＝54°であるとき，xの大きさを求めよ。

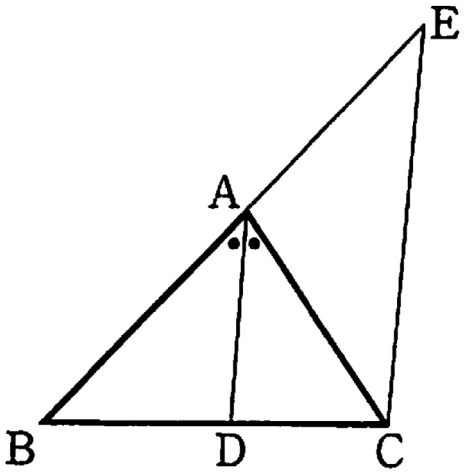


(2) 右の図は，半径６㎝の半円を，点Ｂを回転の中心として，時計の針と同じ向きに40°だけ回転移動したところである。この移動によって，点Ａは点Ａ′に移っているとき，斜線部分の面積を求めよ。



(3) △ABCで，∠Ａの二等分線と辺BCとの交点をＤとするとき，AB：AC＝BD：DC が成り立つことを次のように証明した。空白①～④に入れるのに最も適当なものを《語群》より選んで答えよ。

ただし，同じ丸数字には同じものが入ることとする。



証明

点Ｃを通り，ＤＡに平行な直線と，
ＢＡを延長した直線との交点をＥとする。
ＡＤ // ＥＣから，
平行線の同位角は等しいので，∠BAD＝[①]
また，平行線の錯角は等しいので，∠DAC＝[②]
仮定より，∠BAD＝∠DAC
したがって，[①]＝[②]
２つの角が等しいから，
[③]は二等辺三角形となり，[④]＝AC　……(ア)
△BECで，AD // ECから，ＢＡ：[④]＝BD：DC　……(イ)
(ア)，(イ)から，AB：AC＝BD：DC

《語群》

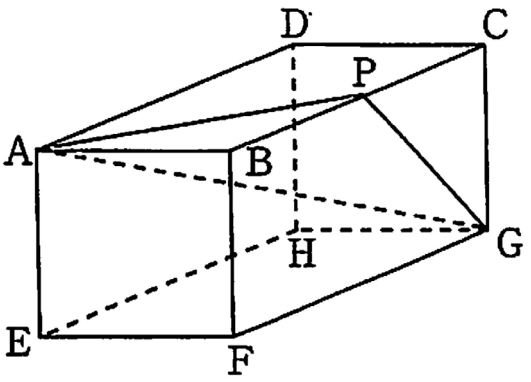
△ABC	△ABD	△ADC	△ACE	△EBC
∠ABD	∠ADC	∠ACD	∠ACE	∠AEC
AB	AD	AE	EC	

(4) 直方体ABCD－EFGHがあり，AB＝2，AD＝4，AE＝2 である。BC上に AP＋PG が最小になるように点Pをとるとき，次の①～③を求めよ。

① 線分AGの長さ

② AP＋PGの値

③ △APGの面積



高校入試過去問(　東　邦　　)（H30)年数学

（１００点満点（ 40 ）分））

1．

(1)　$(-10)^3 \div (-5) \times 2^3$ を計算せよ。

$= -1000 \div (-5) \times 8$

$= 200 \times 8 = \underline{1600}$ //

(2)　$(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2+\dfrac{30}{\sqrt{15}}$ を簡単にせよ。

$= (\sqrt{5})^2 - 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + \dfrac{30\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}$

$= 5 - 2\sqrt{15} + 3 + 2\sqrt{15} = \underline{8}$ //

展開公式を使って
√の計算をすると、
ミスしやすいので、
少しでも不安なら
「分配法則」で
正確に進めよう！

(3)　$(a-b)(a-b+c)$ を展開せよ。

$a-b = M$ とおくと

$M(M+c)$

$= M^2 + cM$

$M = a-b$ を戻す。

$= (a-b)^2 + c(a-b)$

$= \underline{a^2 - 2ab + b^2 + ac - bc}$ //

（別アプローチ）

順番にかける。

$(a-b)(a-b+c)$

$= a^2 - ab + ac$
$\quad - ab + b^2 - bc$

$= \underline{a^2 - 2ab + ac + b^2 - bc}$ //

(4) 連立方程式 $5x-7y+3=2x-3y+5=10$ を解け。

$$\begin{cases} 5x-7y+3=10 & \cdots ① \\ 2x-3y+5=10 & \cdots ② \end{cases}$$

①×2−②×5

$$\begin{array}{rl} & 10x-14y=14 \\ -) & 10x-15y=25 \\ \hline & y=-11 \end{array}$$

$y=-11$ を②に代入し

$2x+33+5=10$

$2x=-28$

$x=-14$

$(x,y)=(-14,-11)$ //

Point

「 A = B = C 型 」

$\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$ $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$ $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ のどれかで作る。

計算が少しでも楽になる組み合わせで進める！

---

(5) $x=500.28$, $y=499.72$ のとき，x^2-y^2 の値を求めよ。

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=(500.28+499.72)(500.28-499.72)$

$=1000\times 0.56=560$ //

Point

複雑な値のときこそ

「 式の値 」の問題は、

展開や因数分解

の工夫が必要！

2.

(1) 84の正の約数のうち，素数であるものを小さい順に並べた。このとき，小さい方から３番目の数を答えよ。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 84 \\ 2 & 42 \\ 3 & 21 \\ & 7 \end{array}$$

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

素数の約数は 2，3，7 なので　7 //

Point

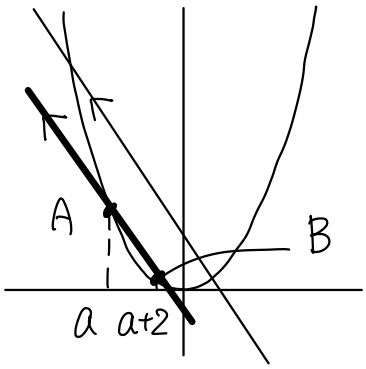
素因数分解後の式からの約数の見つけ方

② ② ③ ⑦

ここから何個でも取り出してよく。
これらの数を掛けた数が約数となる。

---

(2) 2つの関数 $y = x^2$ と $y = -4x + 3$ について，x の値が，a から $a + 2$ まで増加するときの変化の割合が等しいとき，a の値を求めよ。



Point

変化の割合は，2点を結んだ直線の傾きと理解できる！

$\left(傾き = \dfrac{y の増加量}{x の増加量} なので \right)$

① 一次関数の傾きは常に等しく −4 である。
$y = x^2$ 上の2点を結んだ直線と平行なときを考える。

② $A(a, a^2)$　$B(a+2, (a+2)^2)$

$$傾き = \frac{(a+2)^2 - a^2}{(a+2) - a} = 2a + 2$$

$2a + 2 = -4$ なので　$a = -3$ //

(3) 100円硬貨が1枚，50円硬貨が2枚の計3枚を同時に投げるとき，表が出た硬貨の合計金額が100円以上となる確率を求めよ。

表をオ、裏をウと表す。

100	50①	50②	表の合計	100円以上
オ	オ	オ	150	○
		ウ	150	○
	ウ	オ	150	○
		ウ	100	○
ウ	オ	オ	100	○
		ウ	50	×
	ウ	オ	50	×
		ウ	0	×

$\frac{5}{8}$ //

Point

同じ物は
番号をつけて
区別する。

---

(4) 4つの数 $\frac{3}{5}$, $\sqrt{\frac{3}{5}}$, $\frac{\sqrt{3}}{5}$, $\frac{3}{\sqrt{5}}$ を，小さい方から順に書け。

全てを2乗して比較する。

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$　　$\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^2 = \frac{3}{25}$

$\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 = \frac{3}{5} = \frac{15}{25}$　　$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{9}{5} = \frac{45}{25}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{5}, \frac{3}{5}, \sqrt{\frac{3}{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}$ //

Point

正の値の大小は
2乗しても大小関係は等しい。

---

(5) ある市の水道料金は，使用量が10m³から30m³までの範囲では，使用量の一次関数になっている。ある家庭の水道料金は，20m³使った6月は2,250円，26m³使った8月は3,150円であった。17m³使った10月の水道料金はいくらか。

① ② ③

—— ①より 一次関数の関係なので

水道料金 = (比例定数) × x + b
　　a　　使用料

$2250 = 20a + b$ … ②
$-)\ 3150 = 26a + b$ … ③

$-900 = -6a$
$a = 150$

$2250 = 20 \times 150 + b$
$b = -750$

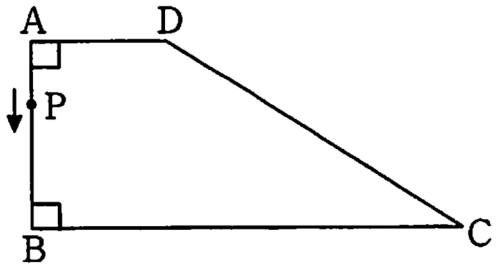
$y = 150x - 750$
$x = 17$ を代入して

$y = 150 \times 17 - 750$
$= 2550 - 750$
$= 1800$

1800円 //

3.

AB＝3㎝，BC＝6㎝，CD＝5㎝，DA＝2㎝，∠A＝∠B＝90°の台形ABCDの周上を，点Pは毎秒1㎝の速さで，AからB，Cを通ってDまで移動する。点PがAを出発してからx秒後の△APDの面積をy㎠とするとき，次の問いに答えよ。



(1) 次の①～③のそれぞれの場合において，xとyの関係を表す式を求めよ。

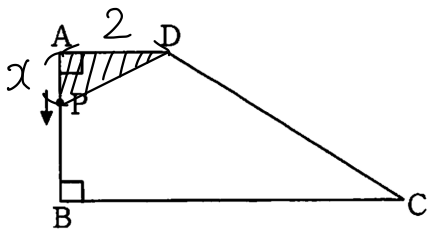
① $0 \leqq x \leqq 3$のとき　② $3 \leqq x \leqq 9$のとき　③ $9 \leqq x \leqq 14$のとき

(2) (1)で求めたxとyの関係を表すグラフを書け。

(3) △APDの面積が2度目に2㎠になるのは，点PがAを出発してから何秒後か。

(1)

① $0 \leqq x \leqq 3$

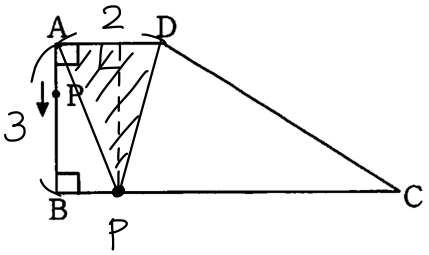


$y = AD \times AP \times \frac{1}{2}$

$= 2 \times x \times \frac{1}{2} = x$

$y = x$

② $3 \leqq x \leqq 9$

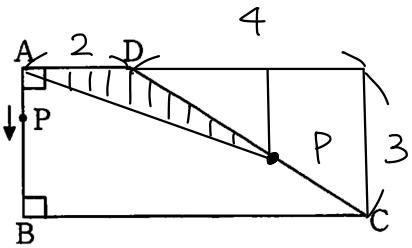


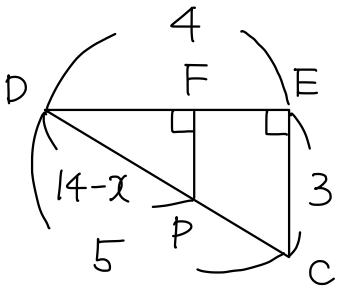
$y = AD \times AB \times \frac{1}{2}$

$= 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$

$y = 3$

③ $9 \leqq x \leqq 14$





$PD = AB + BC + CD - x$

$= 14 - x$

△DPF ∽ △DCE で

$DP : DC = FP : EC$

$14 - x : 5 = FP : 3$

$FP = \frac{3(14-x)}{5}$

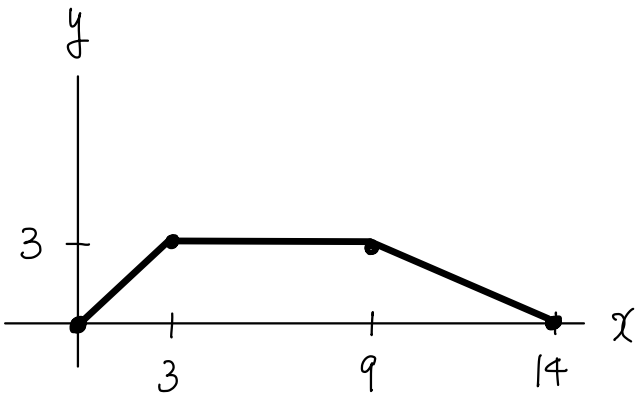
$\triangle APD = AD \times FP \times \frac{1}{2}$

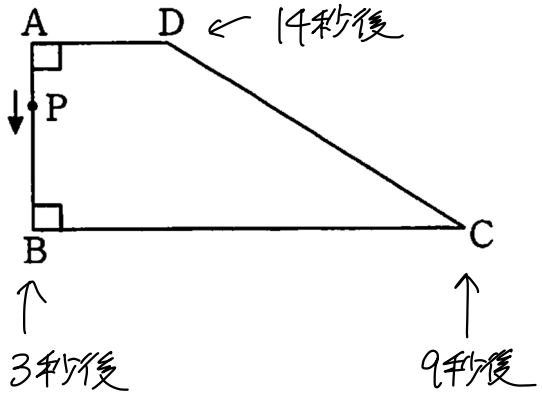
$y = 2 \times \frac{3(14-x)}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3(14-x)}{5} = -\frac{3}{5}x + \frac{42}{5}$

$y = -\frac{3}{5}x + \frac{42}{5}$

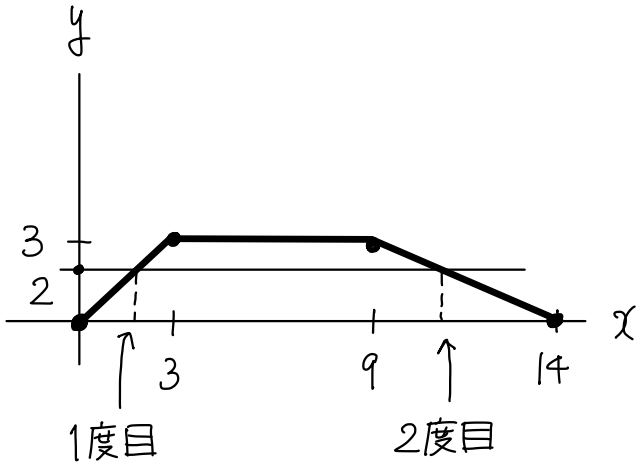
(2) (1)で求めた x と y の関係を表すグラフを書け。

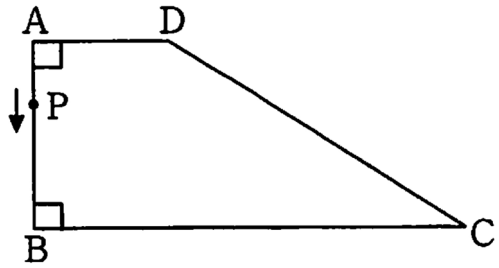




---

(3) △APDの面積が２度目に２㎠になるのは，点ＰがＡを出発してから何秒後か。





例 2度目は $y=-\frac{3}{5}x+\frac{42}{5}$ のグラフと $y=2$ のグラフとの交点である。

$$2=-\frac{3}{5}x+\frac{42}{5}$$

$$10=-3x+42$$

$$3x=32 \qquad x=\frac{32}{3}$$

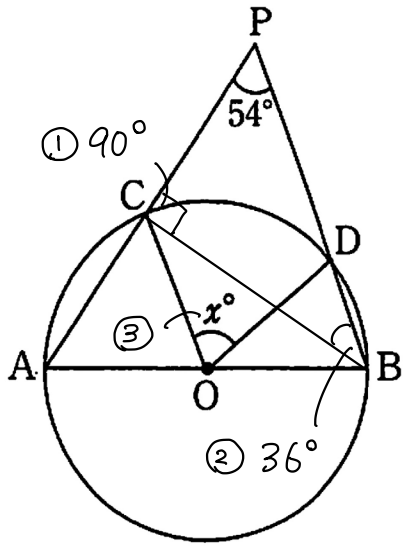
$\frac{32}{3}$ 秒後 //

重要

グラフ用紙が与えられていても、見た目で交点を答えず、連立方程式で求める！

4.

(1) ABを直径とする円の周上に２点C，Dが図のようにあって，∠APB=54°であるとき，xの大きさを求めよ。



① CBを引くと、直径ABを含む三角形ACBは直角三角形となるので、

∠ACB = ∠PCB = 90°

② △PCBより

∠PBC = 180° − (54° + 90°)

= 36°

③ ∠PBCは $\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角であり

∠xはその中心角なので、36° × 2 = 72°

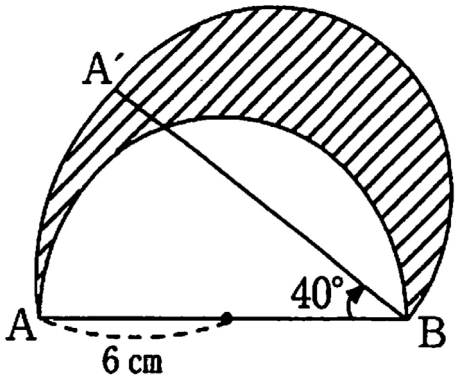
Point

円における補助線は主に2つ。

1 半径から二等辺三角形が生まれる。

2 対角線と直径から直角三角形が生まれる。

(2) 右の図は，半径6cmの半円を，点Bを回転の中心として，時計の針と同じ向きに40°だけ回転移動したところである。この移動によって，点Aは点A′に移っているとき，斜線部分の面積を求めよ。



求める図形の面積

＝ おうぎ形BAA′

＋ 直径A′Bの半円 … ①

－ 直径ABの半円 … ②

① ＝ ② なので 求める図形の面積 ＝ おうぎ形BAA′ となる。

半径12cm，中心角40°のおうぎ形。

$\therefore \quad 12 \times 12 \times \pi \times \frac{40}{360} = 16\pi \ (cm^2)$ //

---

(3) △ABCで，∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとするとき，AB：AC＝BD：DC が成り立つことを次のように証明した。空白①～④に入れるのに最も適当なものを《語群》より選んで答えよ。

ただし，同じ丸数字には同じものが入ることとする。

証明

点Cを通り，DAに平行な直線と，

BAを延長した直線との交点をEとする。

AD // ECから，

平行線の同位角は等しいので，∠BAD＝[①]

また，平行線の錯角は等しいので，∠DAC＝[②]

仮定より，∠BAD＝∠DAC

したがって，[①]＝[②]

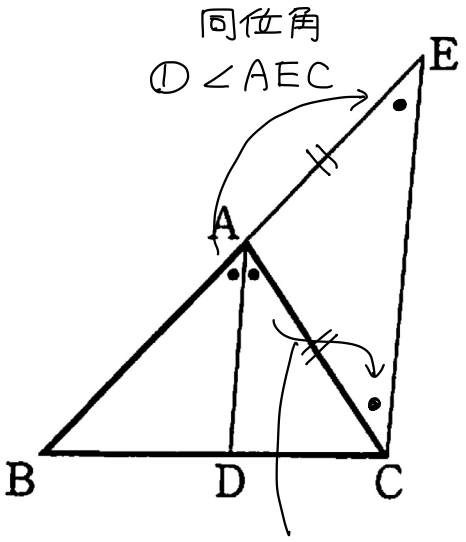
2つの角が等しいから，

[③]は二等辺三角形となり，[④]＝AC ……(ア)

△BECで，AD // ECから，BA：[④]＝BD：DC ……(イ)

(ア)，(イ)から，AB：AC＝BD：DC

《語群》 △ABC △ABD △ADC △ACE △EBC ∠ABD ∠ADC ∠ACD ∠ACE ∠AEC AB AD AE EC



② ∠ACE
（錯角）

③ △ACEは
二等辺三角形

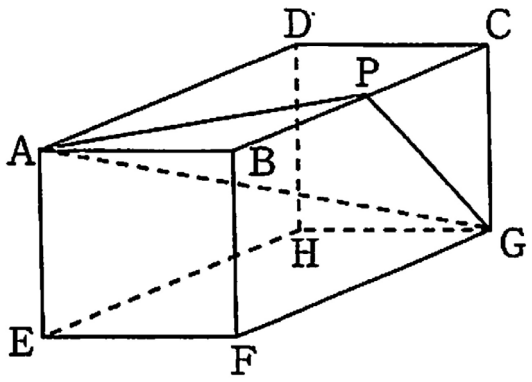
④ AE

(4) 直方体ABCD－EFGHがあり，AB＝2，AD＝4，AE＝2 である。BC上に AP＋PG が最小になるように点Pをとるとき，次の①～③を求めよ。

① 線分AGの長さ

② AP＋PGの値

③ △APGの面積



①

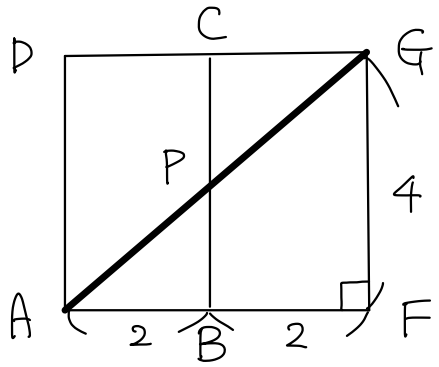
$$AG = \sqrt{EF^2 + FG^2 + AE^2}$$
$$= \sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2}$$
$$= 2\sqrt{6}$$

1回で計算できる！

Point

$AE^2 + EG^2$
$\parallel$
$EF^2 + FG^2$

②

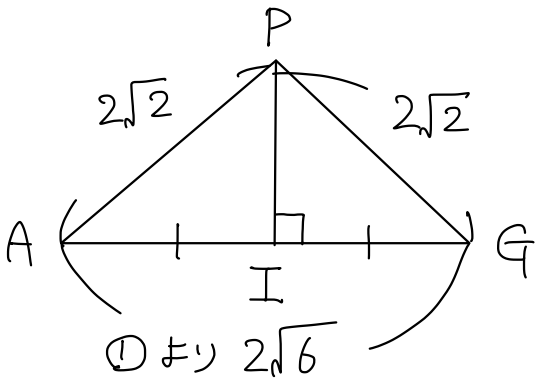


△AFG で 三平方 を用いて

$$AP + PG = AG$$
$$= \sqrt{AF^2 + GF^2}$$
$$= 4\sqrt{2}$$

③ ②の図より △APG は AP＝PG＝$2\sqrt{2}$ の二等辺三角形。

PからAGに垂線を引き，AGとの交点をIとおく。



$$\triangle APG = AG \times PI \times \frac{1}{2}$$
$$= 2\sqrt{6} \times PI \times \frac{1}{2}$$

$$PI = \sqrt{AP^2 - AI^2}$$
$$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2}$$
$$= \sqrt{8-6} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \triangle APG = 2\sqrt{6} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2}$$
$$= 2\sqrt{3}$$