高校入試過去問（　東 海　）（H27）年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

連立方程式$\begin{cases}(2+\sqrt{2})x+(2-\sqrt{2})y=\sqrt{2}\\(2-\sqrt{2})x+(2+\sqrt{2})y=-\sqrt{2}\end{cases}$ の解は,

$(x,\ y)=($ $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ $)$ である。

2．

大中小３つのさいころを投げて，それぞれの目の数を
a，b，c とする。
このとき，

(1)　$(a+b)(a+c)=15$ となる目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りある。

(2)　$(a+b)(a+c)$ が 15 の倍数となる目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りある。

3．

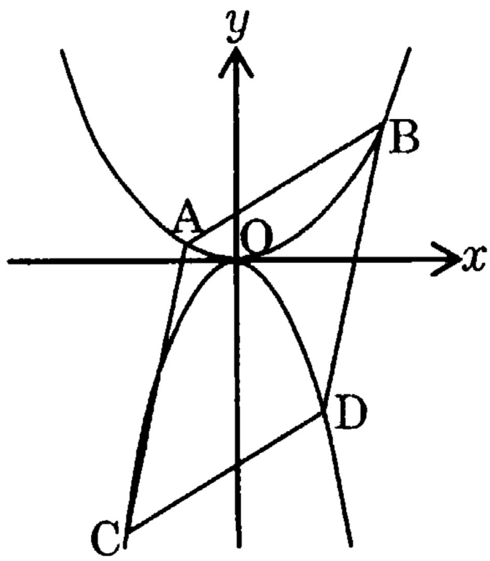
図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがあり，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に２点Ｃ，Ｄがある。点Ａ，点Ｂの x 座標はそれぞれ -2，６であり，四角形ACDBは平行四辺形である。

このとき，

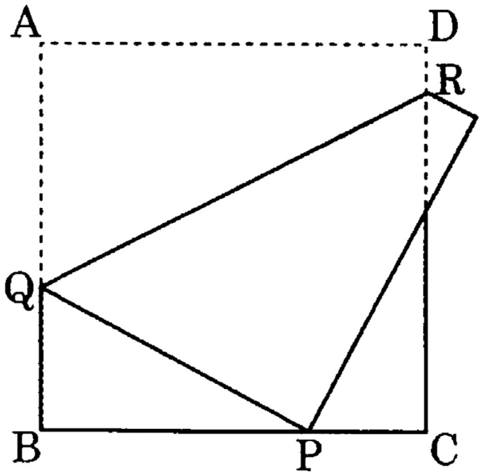
(1) 直線ABの式は $y=$ $\boxed{\text{オ}}$ $x+$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) 点Ｃの x 座標は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(3) 四角形ACDBの面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。



1辺の長さが3の正方形の紙 ABCD がある。図のように，頂点 A が辺 BC 上にくるように折り曲げ，頂点 A が移った点を P とし，折れ線を QR とする。ただし Q，R はそれぞれ AB，CD 上の点である。
このとき，

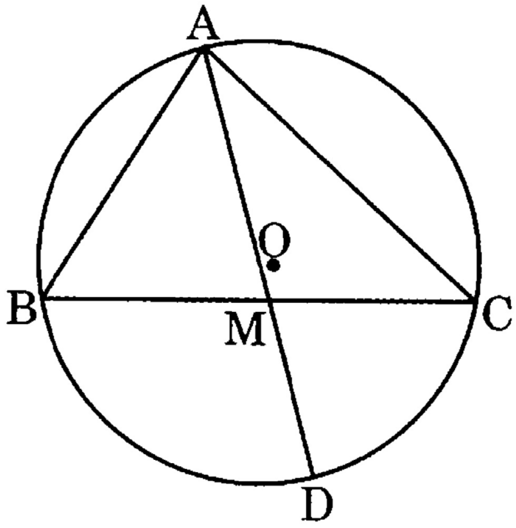


(1)　AQ = 2 であるとき，DR = $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(2)　BP = DR であるとき，DR = $\boxed{\text{コ}}$ である。

5.

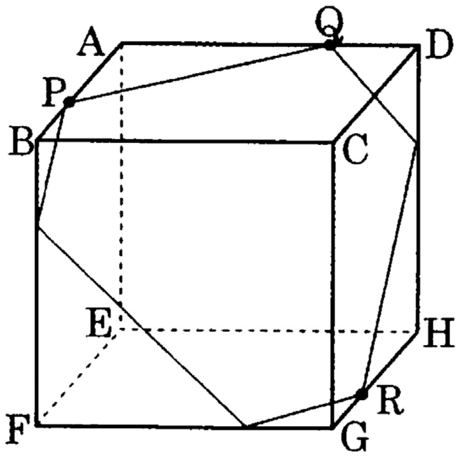
図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，AB $=4$，BC $=6$，$\angle ABC=60^\circ$ である。辺 BC の中点を M とし，直線 AM と円 O の交点のうち，点 A と異なる点を D とする。
このとき，



(1)　AM の長さは $\boxed{\text{サ}}$ である。

(2)　四角形 ABDC の面積は $\boxed{\text{シ}}$ である。

1辺が4の立方体ABCD－EFGHがある。辺AB, 辺AD, 辺GH上にAP＝3, AQ＝3, GR＝1となる点P, Q, Rをとる。図のように，この立体を3点P, Q, Rを通る平面で切る。このとき，



(1) 切り口の図形の周の長さは $\boxed{\text{ス}}$ である。

(2) 頂点Aを含む立体の体積は $\boxed{\text{セ}}$ である。

高校入試過去問（ 東 海 ）（H27）年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

連立方程式 $\begin{cases}(2+\sqrt{2})x+(2-\sqrt{2})y=\sqrt{2} & \cdots ① \\ (2-\sqrt{2})x+(2+\sqrt{2})y=-\sqrt{2} & \cdots ②\end{cases}$ の解は，

$(x,\ y)=(\boxed{ア},\ \boxed{イ})$ である。

① × (2 − √2) − ② × (2 + √2)

$$\begin{aligned} 2x+(2-\sqrt{2})^2y &= \sqrt{2}(2-\sqrt{2}) \\ -)\ 2x+(2+\sqrt{2})^2y &= -\sqrt{2}(2+\sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\{(2-\sqrt{2})^2-(2+\sqrt{2})^2\}y = \sqrt{2}(2-\sqrt{2})+\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$$

$$-8\sqrt{2}y = 2\sqrt{2}-2+2\sqrt{2}+2$$

$$y=-\frac{1}{2}$$ を①に代入。

$$(2+\sqrt{2})x-\frac{1}{2}(2-\sqrt{2})=\sqrt{2}$$

$$2(2+\sqrt{2})x=\sqrt{2}+2$$

$$x=\frac{1}{2}$$

$$(x,y)=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$$ //

（別アプローチ）

① ＋ ② より

$$4x+4y=0$$

$$y=-x$$ を ①に代入。

$$(2+\sqrt{2})x+(2-\sqrt{2})\times(-x)=\sqrt{2}$$

$$2x+\sqrt{2}x-2x+\sqrt{2}x=\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2}x=\sqrt{2}$$

$$x=\frac{1}{2}$$

代入して

$$(x,y)=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$$ //

2.

大中小３つのさいころを投げて，それぞれの目の数を a，b，c とする。
このとき，

(1) $(a+b)(a+c)=15$ となる目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りある。

(2) $(a+b)(a+c)$ が 15 の倍数となる目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りある。

(1) $a+b$ と $a+c$ をかけて 15 なので その組み合わせは，
$(a+b,\ a+c)=(3,5),(5,3)$

(i) $(a+b,\ a+c)=(3,5)$ のとき
$(a,b,c)=(1,2,4),(2,1,3)$

(ii) $(a+b,\ a+c)=(5,3)$ のとき
$=(1,4,2),(2,3,1)$

以上 4通り

---

(2) $(a+b)(a+c)=15,30,45,60,75,90,105,120,135$ の場合がある。
$(a+b,\ a+c)=(3,5),(5,3)$
$(3,10),(5,6),(6,5),(10,3)$
$(5,9),(9,5)$
$(5,12),(6,10),(10,6),(12,5)$
$(9,10),(10,9),(10,12),(12,10)$

$(a,b,c)=(1,4,5),(2,3,4),(3,2,3)$
$(4,1,2),(1,5,4),(2,4,3)$
$(3,3,2),(4,2,1),(3,2,6)$
$(4,1,5),(3,6,2),(4,5,1)$
$(4,2,6),(5,1,5),(4,6,2)$
$(5,5,1),(4,5,6),(5,4,5)$
$(6,3,4),(4,6,5),(5,5,4)$
$(6,4,3),(6,4,6),(6,6,4)$

と(1)の 4通り を加えて 28通り

3.

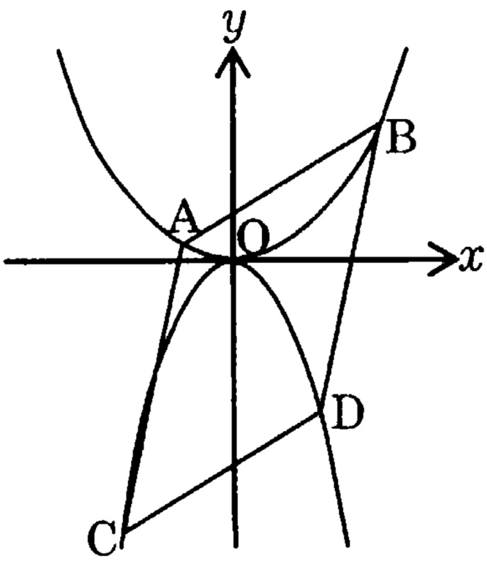
図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがあり，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に２点Ｃ，Ｄがある。点Ａ，点Ｂの x 座標はそれぞれ -2，６であり，四角形ＡＣＤＢは平行四辺形である。

このとき，

(1) 直線ＡＢの式は $y=\boxed{オ}x+\boxed{カ}$ である。

(2) 点Ｃの x 座標は $\boxed{キ}$ である。

(3) 四角形ＡＣＤＢの面積は $\boxed{ク}$ である。



(1) 問題文より　$A(-2,2)$　$B(6,18)$

なので
$$y-2=\frac{18-2}{6-(-2)}(x+2)$$

$$y=2(x+2)+2 \qquad y=2x+6$$

---

(2) ＣとＤのｘ座標をそれぞれ s，t とすると，

$C(s, -s^2)$，$D(t, -t^2)$ と表せ，

CDの傾きがABと等しいので

x の増加量と y の増加量がABとCDで等しい。

$$\begin{cases} t-s=8 & \cdots ① \\ -t^2-(-s^2)=16 & \cdots ② \end{cases}$$

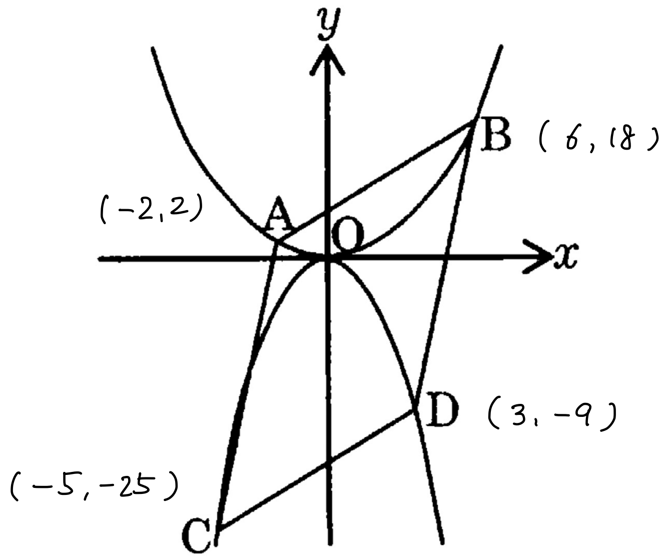
②を式変形して　$-(t+s)(t-s)=16$

$t-s=8$ を代入して，$t+s=-2$

$$\begin{cases} t-s=8 \\ t+s=-2 \end{cases}$$ より　$(s, t)=(-5, 3)$

$C(-5, -25)$，$D(3, -9)$

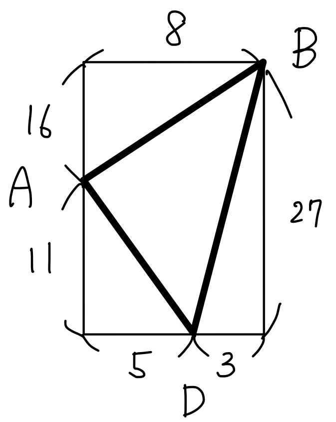
(3) 四角形 ACDB の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。



四角形 ACDB

= △ADB × 2 なので

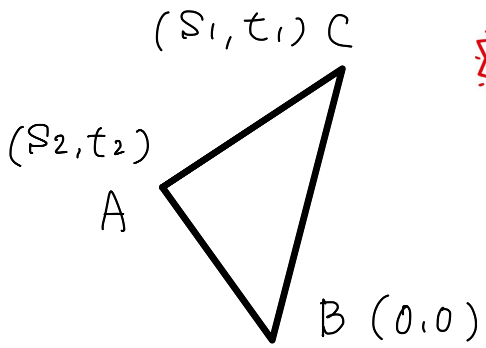
△ADB の面積を求める。



$$\triangle ADB = 8 \times 27 - \left(16 \times 8 \times \frac{1}{2} + 5 \times 11 \times \frac{1}{2} + 3 \times 27 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$= 216 - \left(64 + \frac{55}{2} + \frac{81}{2}\right) = 216 - 132 = 84$$

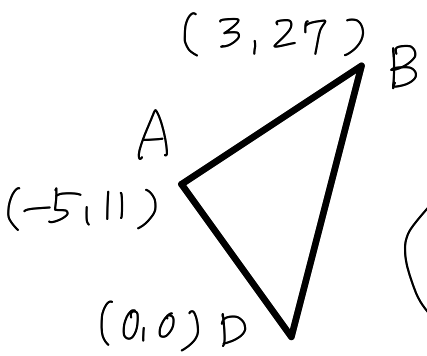
∴ 四角形 ACDB = △ADB × 2 = 84 × 2 = $\underline{168}$ //



重要 座標から面積を求める方法

$$\triangle ABC = \frac{|S_2 t_1 - S_1 t_2|}{2}$$

| | は絶対値



今回だと、D を原点に平行移動すると、左の座標になる。

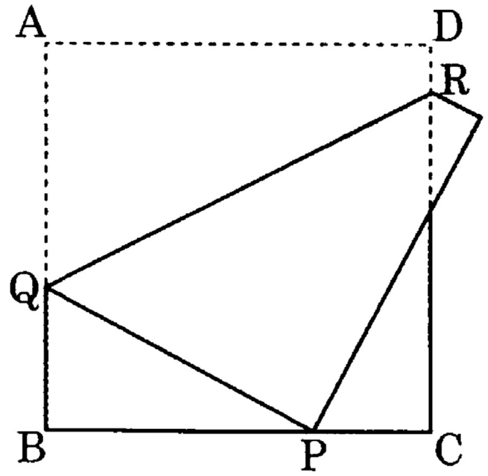
たすきがけ

(−5, 11)
(3, 27)

$$\frac{|-5 \times 27 - 3 \times 11|}{2} = 84$$

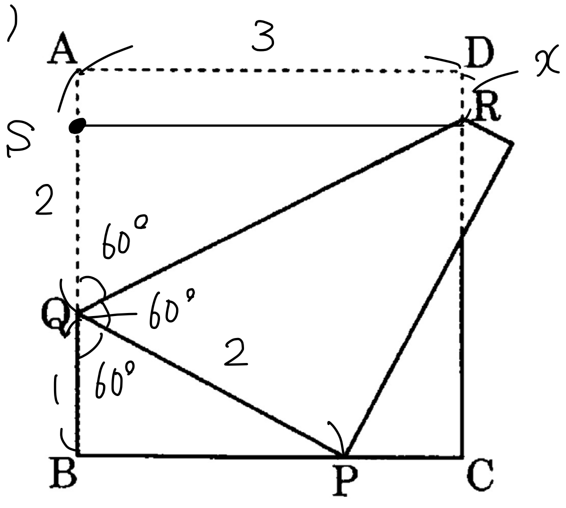
4.

1辺の長さが3の正方形の紙ABCDがある。図のように，頂点Aが辺BC上にくるように折り曲げ，頂点Aが移った点をPとし，折れ線をQRとする。ただしQ，RはそれぞれAB，CD上の点である。
このとき，



(1) AQ＝2であるとき，DR＝$\boxed{\text{ケ}}$である。
(2) BP＝DRであるとき，DR＝$\boxed{\text{コ}}$である。

(1)



△QBPにおいて

QB = AB − AQ = 3 − 2 = 1

QP = AQ = 2

（折り返しのため）

1 : 2 : $\sqrt{3}$ となり 30°, 60°, 90°

折り返しなので

∠AQR = ∠PQR

= (180 − ∠BQP) ÷ 2 = 60°

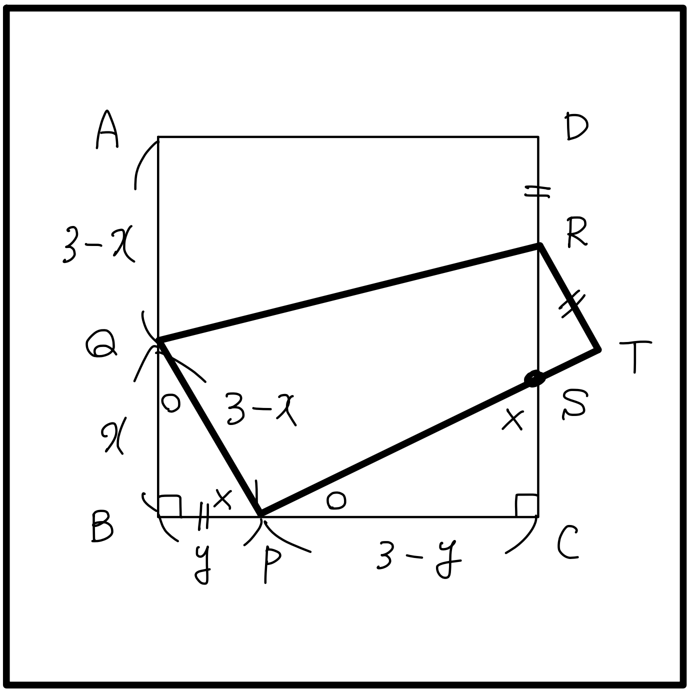
RからADに平行な線を引き，ABとの交点をSとすると

△SQRは，SR = 3，∠SQR = 60°，∠RSQ = 90°

なので 1 : 2 : $\sqrt{3}$ となり，SQ = $3 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$ = $\sqrt{3}$，

∴ DR = AQ − SQ = $\underline{2 - \sqrt{3}}$ //

(2) BP＝DR であるとき，DR＝$\boxed{\text{コ}}$である。



QB = x, BP = y = DR
とおくと，図のようになる。

1　$\triangle QBP \backsim \triangle PCS$

$QB : PC = BP : CS$

$x : 3-y = y : CS$

$$CS = \frac{y(3-y)}{x}$$

2　$\triangle QBP \backsim \triangle RTS$

$QB : RT = QP : RS$

$x : y = 3-x : RS$ → $RS = \dfrac{y(3-x)}{x}$

3　$DC = DR + RS + SC$

$$3 = y + \frac{y(3-x)}{x} + \frac{y(3-y)}{x}$$

両辺 x 倍して

$3x = \cancel{xy} + 3y - \cancel{xy} + 3y - y^2$ → $3x = 6y - y^2$ …①

4　$\triangle QBP$ で三平方の定理より

$x^2 + y^2 = (3-x)^2$ → $6x = 9 - y^2$ …②

①×2−② より

$12y - 2y^2 = 9 - y^2$

$y^2 - 12y + 9 = 0$

$y = 6 \pm 3\sqrt{3}$　　$0 < y < 3$ より $y = 6 - 3\sqrt{3}$

$\therefore$ $DR = 6 - 3\sqrt{3}$ //

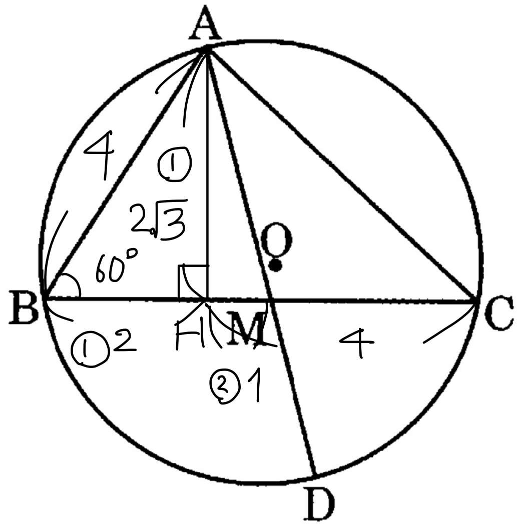
5.

図のように，円Oの周上に3点A，B，Cがあり，AB＝4，BC＝6，∠ABC＝60°である。辺BCの中点をMとし，直線AMと円Oの交点のうち，点Aと異なる点をDとする。

このとき，

(1) AMの長さは $\boxed{サ}$ である。

(2) 四角形ABDCの面積は $\boxed{シ}$ である。



(1)　AからBCへの垂線とBCとの交点をHとする。

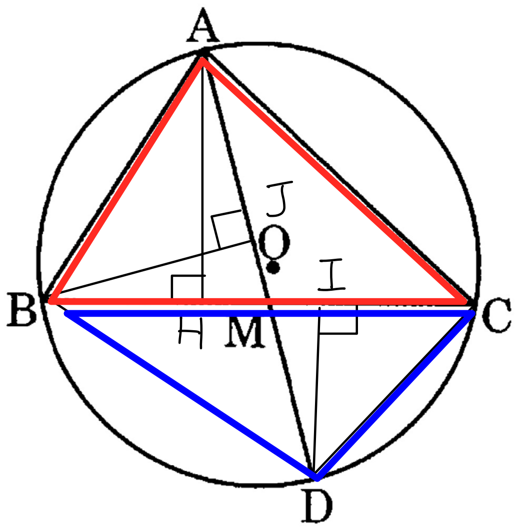
① $\angle ABH = 60^\circ$, $\angle AHB = 90^\circ$, $AB = 4$ より
$1 : 2 : \sqrt{3}$ となり　$BH = 2$, $AH = 2\sqrt{3}$, $HC = 4$。

② MがBC＝BH＋HC＝6の中点なので $BM = 3$ より
$HM = BM - BH = 3 - 2 = 1$

③ △AHMで三平方の定理より

$$AM = \sqrt{AH^2 + HM^2} = \sqrt{12+1} = \sqrt{13}$$ //

(2)



方針

四角形ABDC

$= \triangle ABC + \triangle BDC$

$= BC \times AH \times \frac{1}{2}$

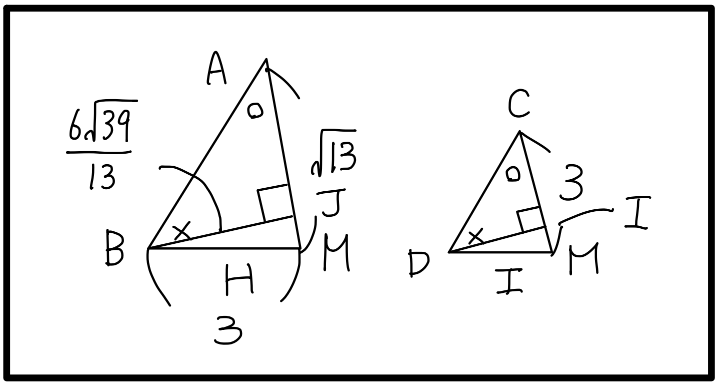
$\quad + BC \times DI \times \frac{1}{2}$

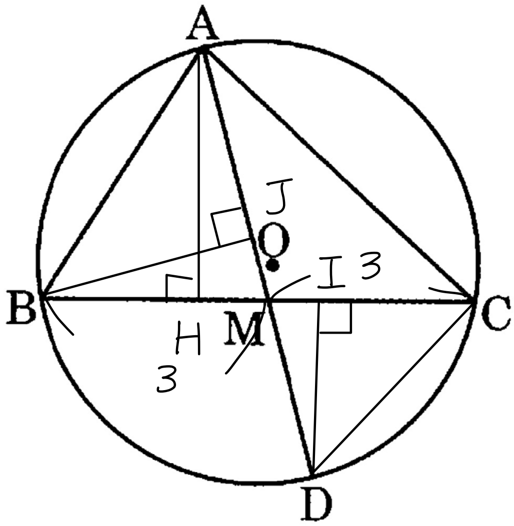
DIは△ABM∽△CDMで
BJからDIを求める！

④ $\triangle ABM = BM \times AH \times \frac{1}{2}$

$= AM \times BJ \times \frac{1}{2}$ となり

$3 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{13} \times BJ \times \frac{1}{2}$　　$BJ = \frac{6\sqrt{39}}{13}$





④ $BJ : DI = AM : CM$

$\frac{6\sqrt{39}}{13} : DI = \sqrt{13} : 3$

$\sqrt{13}\, DI = \frac{18\sqrt{39}}{13} \longrightarrow DI = \frac{18\sqrt{3}}{13}$

④ 四角形 $ABDC = \triangle ABC + \triangle BDC$

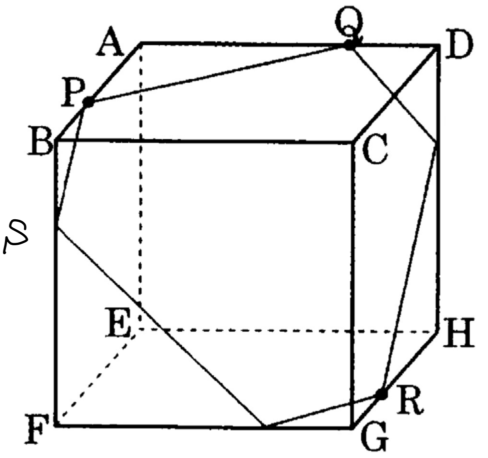
$= BC \times AH \times \frac{1}{2} + BC \times DI \times \frac{1}{2}$

$= 6 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{18\sqrt{3}}{13} \times \frac{1}{2}$

$= 6\sqrt{3} + \frac{54\sqrt{3}}{13} = \frac{132\sqrt{3}}{13}$ //

6.

1辺が4の立方体ABCD－EFGHがある。辺AB，辺AD，辺GH上にAP＝3，AQ＝3，GR＝1となる点P，Q，Rをとる。図のように，この立体を3点P，Q，Rを通る平面で切る。このとき，



(1) 切り口の図形の周の長さは $\boxed{ス}$ である。

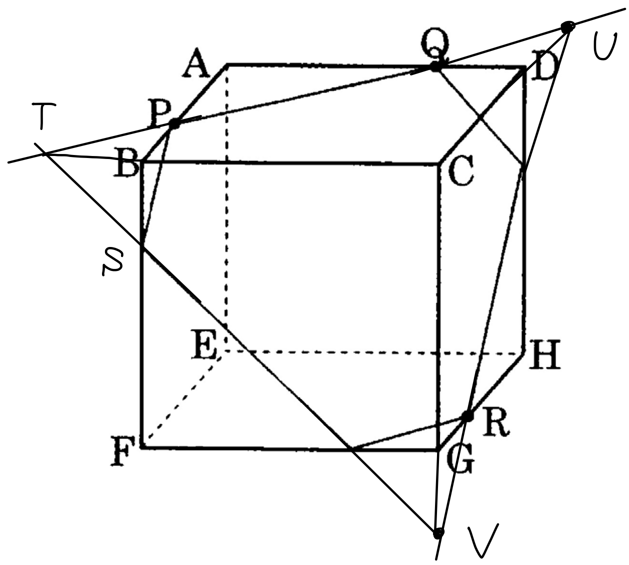
(2) 頂点Aを含む立体の体積は $\boxed{セ}$ である。

(1) AP＝AQ を △APQ の三平方で求めて×3 ＝ $3\sqrt{2} \times 3 = 9\sqrt{2}$

BP＝BS を △BPS で同様に $\sqrt{2} \times 3 = 3\sqrt{2}$

∴ 周の長さは $9\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ (cm) //

(2) 右図のように延長した交点をT，U，Vとする。



① 求める立体の体積

＝ 立方体

－ 三角錐 C－TUV

－ 三角錐 T－BSP × 3

$= 4 \times 4 \times 4$

$- 5 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{1}{3}$

$- \left(1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3}\right) \times 3$

$= 64 - \frac{122}{6} = \frac{131}{3}$ //