高校入試過去問(東海)(H28)年数学

（１００点満点（50）分））

１．

連立方程式 $\begin{cases} 9x+7y=\dfrac{7}{12} \\ 27x+y=\dfrac{29}{28} \end{cases}$ の解は，

$(x,\ y)=(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}})$ である。

2.

大中小３つのさいころを投げて，それぞれの目の数を a，b，c とする。

点Ｐの座標を（０，a），点Ｑの座標を（b，c），点Ｒの座標を $\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ とする。

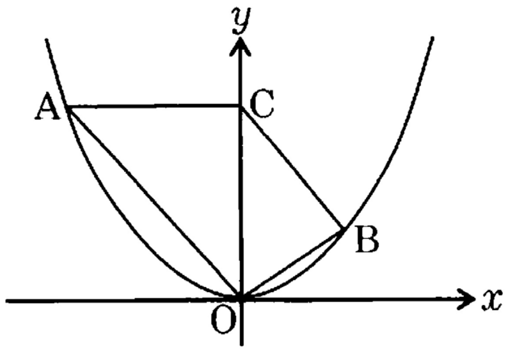
このとき，

(1) $a=1$ のとき，直線PQ上に点Ｒがあるような残り２つのさいころの目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りある。

(2) 直線PQ上に点Ｒがあるような３つのさいころの目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りある。

３．

図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがある。点Ａと y 座標が等しい y 軸上の点をＣとする。
また，OB：BC：CO＝３：４：５ である。
このとき，



(1) 点Ｂの x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。

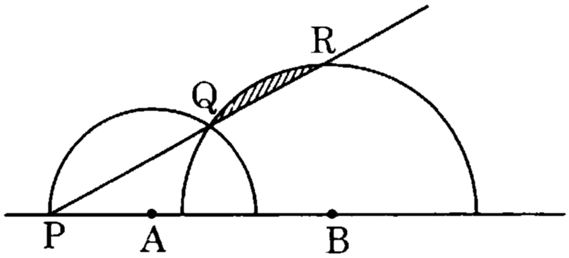
(2) 点Ｏを通る直線 ℓ が，四角形ＯＡＣＢの面積を２等分するときの ℓ の傾きは $\boxed{\text{カ}}$ である。

４.

図のように，一直線上に３点Ｐ，Ａ，Ｂがあり，中心が点Ａで長さ２cm の線分ＡＰを半径とする半円Ａと，中心が点Ｂで半径が$\sqrt{6}$ cm の半円Ｂがある。２つの半円の弧の交点をＱとする。また，∠ＱＡＢ＝60°である。
このとき，

(1) △ＱＡＢの面積は $\boxed{\text{キ}}$ cm²である。

(2) 直線ＰＱと半円Ｂの交点のうち，点Ｑと異なる点をＲとする。
$\overset{\frown}{QR}$と線分ＱＲで囲まれた斜線部分の面積は $\boxed{\text{ク}}$ cm²である。

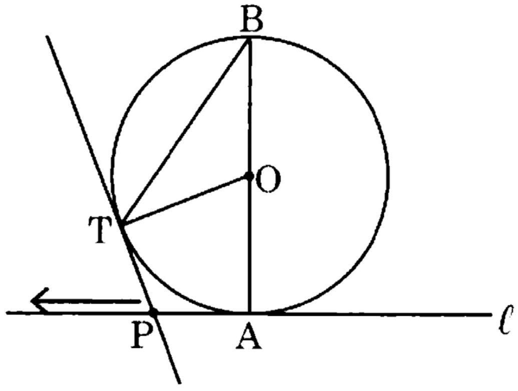


5.

図のように，長さ４cm の線分ＡＢを直径とする円Ｏがある。直線ℓは円Ｏと点Ａで接している。点Ｐは点Ａを出発し，ℓ上を図の矢印の方向に毎秒２cmの速さで動く。点Ｐから円Ｏにℓとは異なる接線を引き，その接点をＴとする。
このとき，

(1) $\sqrt{3}$秒後の△ＯＢＴの面積は $\boxed{\text{ケ}}$ cm²である。

(2) △ＯＢＴの面積が１cm²となるのは $\boxed{\text{コ}}$ 秒後と $\boxed{\text{サ}}$ 秒後である。



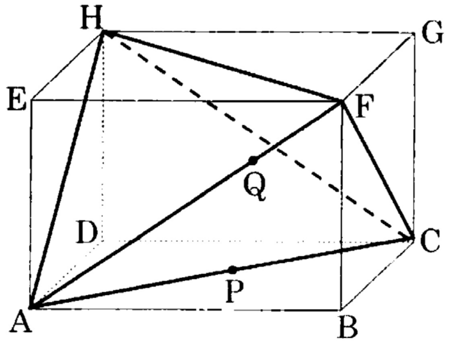
6.

図のように，AB＝$\sqrt{15}$cm，AD＝AE＝$\sqrt{10}$cm の直方体ABCD－EFGHがある。点Pは線分ACの中点で，点Qは線分AF上の点でAP＝PQを満たす。
このとき，

(1) 四面体ACFHの表面積は $\boxed{シ}$ cm^{2}である。

(2) AQの長さは $\boxed{ス}$ cm である。

(3) 四面体AHPQの体積は $\boxed{セ}$ cm^{3}である。



高校入試過去問（ 東海 ）（H28）年数学

（１００点満点（50 ）分））

１．

連立方程式 $\begin{cases} 9x+7y=\dfrac{7}{12} & \cdots ① \\ 27x+y=\dfrac{29}{28} & \cdots ② \end{cases}$ の解は，

$(x,\ y)=($ $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ $)$ である。

①×３－②

$$
\begin{array}{rrcl}
 & 27x+21y & = & \dfrac{7}{4} \\
-) & 27x+y & = & \dfrac{29}{28} \\
\hline
 & 20y & = & \dfrac{20}{28}
\end{array}
$$

$$y=\frac{1}{28},\quad x=\frac{1}{27}$$

$$(x,y)=\left(\frac{1}{27},\frac{1}{28}\right)$$

めんどうな計算は出題されない傾向。
大問２以降が一気に重くなるので時間
がなくなったら確実に見直しておく!

2.

大中小３つのさいころを投げて，それぞれの目の数を a，b，c とする。

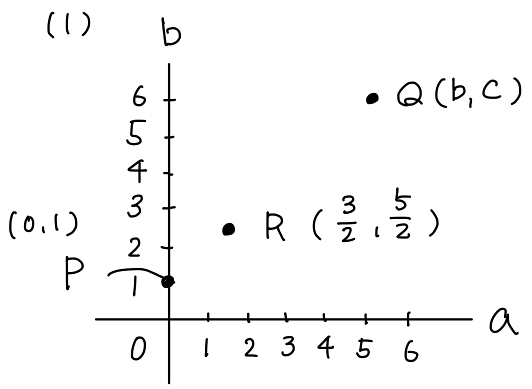
点Ｐの座標を（0，a），点Ｑの座標を（b，c），点Ｒの座標を $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ とする。

このとき，

(1)　$a=1$ のとき，直線PQ上に点Rがあるような残り２つのさいころの目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りある。

(2)　直線PQ上に点Rがあるような３つのさいころの目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りある。

(1)



PQ上にRがあるので
PR // PQ で傾きは等しい。

$$\frac{\frac{5}{2}-1}{\frac{3}{2}-0} = \frac{c-1}{b-0}$$

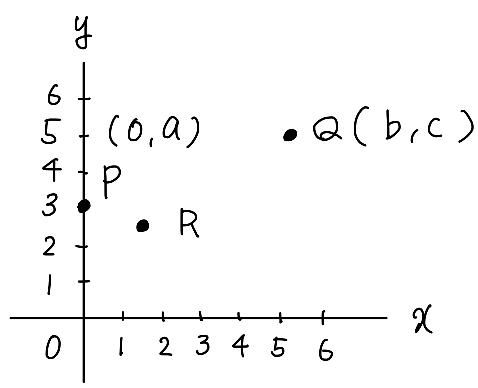
$$1 = \frac{c-1}{b}$$

$$c-b = 1$$

の組み合わせの数が答え。

$c = 2 \sim 6$ の 5通り //

(2)



(i) $a=2$ のとき PRの傾きは $\frac{1}{3}$
$(b,c) = (3,3)\ (6,4)$

(ii) $a=3$ のときは、$-\frac{1}{3}$
$(b,c) = (3,2)\ (6,1)$

(iii) $a=4$ のときは、-1
$(b,c) = (1,3),(2,2),(3,1)$

(iv) $a=5$ のときは、$-\frac{5}{3}$
(b,c) はなし。

(v) $a=6$ のときは、-7
(b,c) はなし。

(1) の 5通り と 上の 7通り で

12通り //

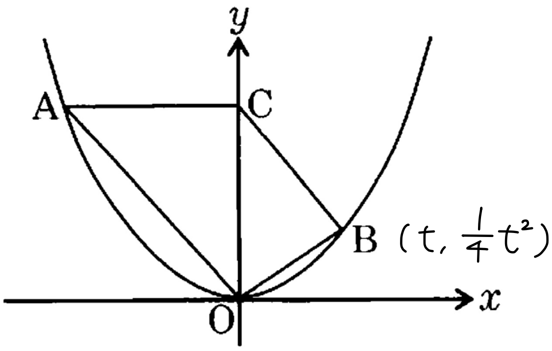
3点が一直線上にある の考え方は 関数 でよく使われる。

確率は 図形・関数 の複合問題として出題されやすい。

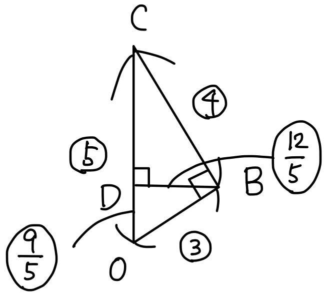
3.

図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に２点Ａ，Ｂがある。点Ａと y 座標が等しい y 軸上の点をＣとする。
また，OB：BC：CO＝３：４：５ である。
このとき，

(1) 点Ｂの x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。
(2) 点Ｏを通る直線 ℓ が，四角形ＯＡＣＢの面積を２等分するときの ℓ の傾きは $\boxed{\text{カ}}$ である。



(1) Bの x座標 を t とすると、



B から CO への垂線を引き、交点を D とする。
△OBC ∽ △ODB より
OB が 3 なので
$DB=\frac{12}{5}$，$OD=\frac{9}{5}$

B $(t, \frac{1}{4}t^2)$ の比が $\frac{12}{5}:\frac{9}{5}$ とわかる。

$t:\frac{1}{4}t^2=\frac{12}{5}:\frac{9}{5}$
$=4:3$

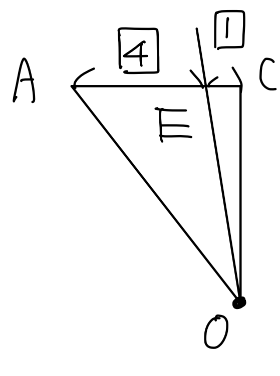
$t^2-3t=0$
$t=0、3$
∴ 3

---

(2) (1)より B$(3, \frac{9}{4})$ C$(0, \frac{25}{4})$ A$(-5, \frac{25}{4})$

(Cの y座標は、$\frac{12}{5}:3=5:C$ より $C=\frac{25}{4}$
Aの x座標は、$\frac{25}{4}=\frac{1}{4}x^2$ より $x=-5$)

四角形OBCA ＝ △OAC ＋ △OBC
$= AC\times OC\times\frac{1}{2} + BD\times OC\times\frac{1}{2}$
$= 5\times\frac{25}{4}\times\frac{1}{2} + 3\times\frac{25}{4}\times\frac{1}{2}$



これで △OAC：△OBC ＝ 5：3 とわかるので
二等分するには、△AEO：四角形OBCE ＝ 4：4 になればよい。

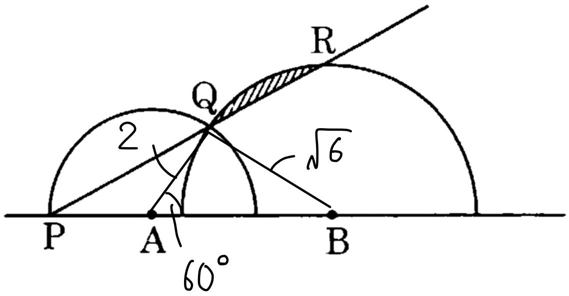
求める直線は、AC を 4：1 に内分する点 E $(-1, \frac{25}{4})$ を
通るので OE (ℓ) の傾きは、$-\frac{25}{4}$

4.

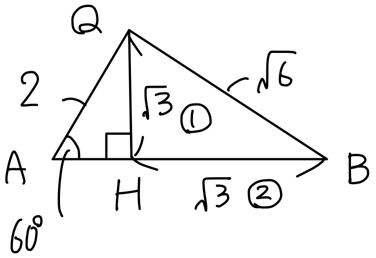
　図のように，一直線上に３点Ｐ，Ａ，Ｂがあり，中心が点Ａで長さ２cm の線分ＡＰを半径とする半円Ａと，中心が点Ｂで半径が$\sqrt{6}$ cm の半円Ｂがある。２つの半円の弧の交点をＱとする。また，∠ＱＡＢ＝60°である。
このとき，

(1) △ＱＡＢの面積は $\boxed{\text{キ}}$ cm²である。

(2) 直線ＰＱと半円Ｂの交点のうち，点Ｑと異なる点をＲとする。$\overset{\frown}{QR}$と線分ＱＲで囲まれた斜線部 分の面積は $\boxed{\text{ク}}$ cm²である。



(1)

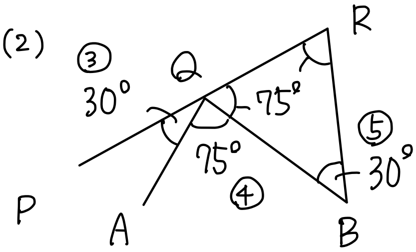


・Q から AB への垂線 との交点を H とすると，
$1:2:\sqrt{3}$ より $AH=1$，$QH=\sqrt{3}$ … ①

・△QHB で 三平方の定理より
$HB=\sqrt{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{3}$ … ②
（これで △QHB は 45°, 45°, 90° の 直角三角形）

---

(2)

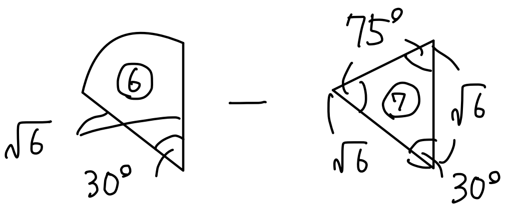


・△PQA は AP = AQ の 二等辺三角形 で
∠QAB = 60° より ∠PQA = 30° とわかる … ③

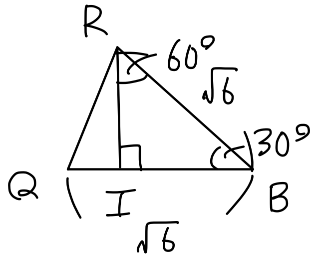
・(1) より ∠AQB = ∠AQH + ∠HQB
= 30° + 45° = 75° … ④

∴ ∠BQR = ∠BRQ = 75°，∠QBR = 30° … ⑤
（∵ △QRB は BQ = BR の 二等辺三角形）

・求める斜線部の面積 =



・⑦ は



なので 高さ $RI=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

∴ 面積は $\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{6}}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

・⑥ は $\pi\times(\sqrt{6})^2\times\dfrac{30}{360}=\dfrac{\pi}{2}$

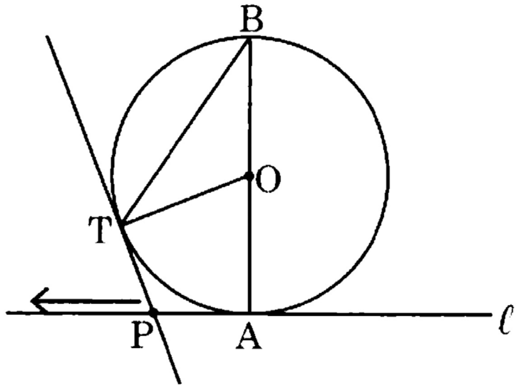
∴ $\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{3}{2}$ (cm²) //

5.

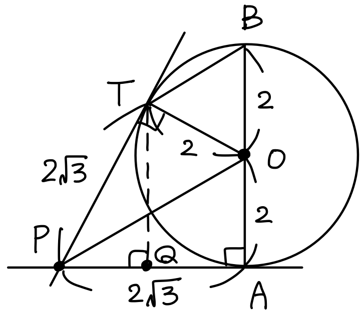
図のように，長さ4cmの線分ABを直径とする円Oがある。直線ℓは円Oと点Aで接している。点Pは点Aを出発し，ℓ上を図の矢印の方向に毎秒2cmの速さで動く。点Pから円Oにℓとは異なる接線を引き，その接点をTとする。
このとき，

(1) $\sqrt{3}$秒後の△OBTの面積は $\boxed{\text{ケ}}$ cm²である。

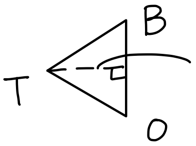
(2) △OBTの面積が1cm²となるのは $\boxed{\text{コ}}$ 秒後と $\boxed{\text{サ}}$ 秒後である。



(1)



① 図より△OPAは$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形となる。
∴ $\angle TPA = 60°$ なので Tから PAへの垂線の交点をQとすると △TPQも同様の直角三角形となり，$PQ = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$。

② 

$2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ （PA − PQに等しい）

∴ $\triangle OBT = 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \underline{\sqrt{3}\ (cm^2)}$ //

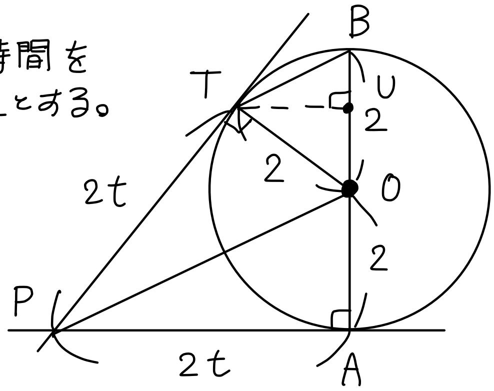
どの問題も与えられた図を小問ごとにかき換えることでひらめきやすくなる！

---

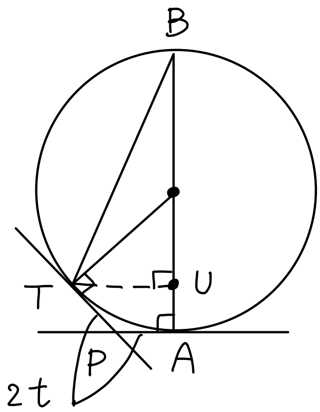
(2)

求める時間をt秒後とする。

(i)



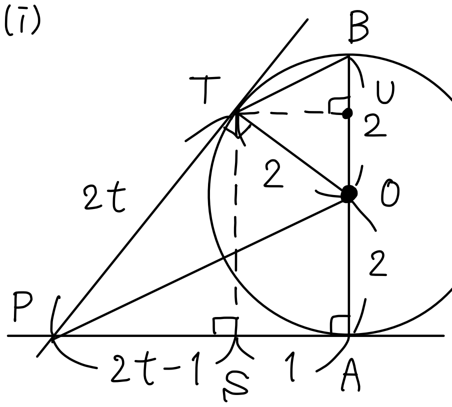
(ii)



$\triangle OBT = 1\,cm^2$ なので
$TU = 1\,cm$ となるのは (i)と(ii)の形のとき。 ⟶ 続き

(2) の続き

(i)



$\triangle TUO$ は $TU=1$, $TO=2$ の直角三角形なので

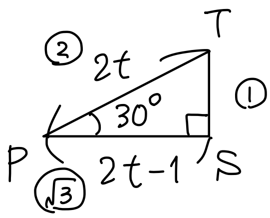
$\angle TOU = 30^\circ$ となり

$\triangle TPO \equiv \triangle APO$ より

$\angle TOP = \angle AOP = 75^\circ$ で

$\angle TPA = 30^\circ$

つまり $\triangle TPS$ は



となる。

$$\therefore \ 2t-1 : 2t = \sqrt{3} : 2$$

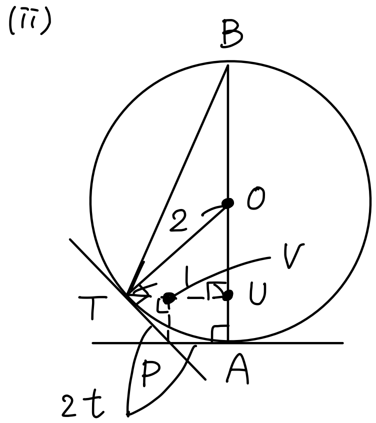
$$4t-2 = 2\sqrt{3}\,t$$

$$(2-\sqrt{3})t = 1$$

$$t = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$$

$t = 2+\sqrt{3}$ (秒後)

(ii)

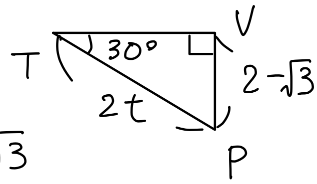


(i)同様 $\triangle OTU$ が $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形となり

$\angle UTP = 30^\circ$

$OU = \sqrt{3}$ より

$VP = UA = 2-\sqrt{3}$



$$2t : 2-\sqrt{3} = 2 : 1$$

$$2t = 4-2\sqrt{3}$$

$t = 2-\sqrt{3}$ (秒後)

以上より

$2\pm\sqrt{3}$ 秒後

- 相似や合同・$1:2:\sqrt{3}$ や $1:1:\sqrt{2}$ などの図形の発見を意識すると、組み立てが見えてくる！
- 直角三角形が出てきたときは、外接円の利用も頭に入れておきたい！

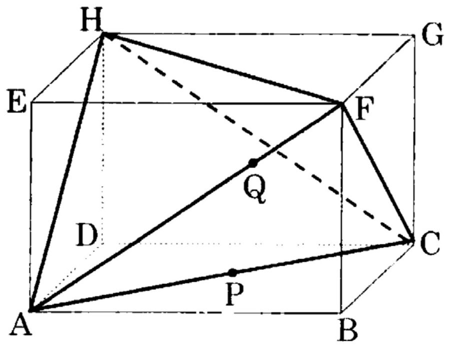
6.

図のように，AB$=\sqrt{15}$cm，AD$=$AE$=\sqrt{10}$cm の直方体ABCD−EFGHがある。点Pは線分ACの中点で，点Qは線分AF上の点でAP=PQを満たす。
このとき，

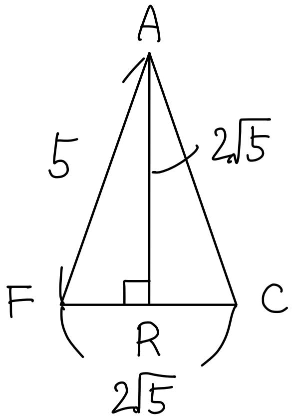
(1) 四面体ACFHの表面積は $\boxed{\text{シ}}$ cm²である。

(2) AQの長さは $\boxed{\text{ス}}$ cm である。

(3) 四面体AHPQの体積は $\boxed{\text{セ}}$ cm³である。



(1) 求める表面積は、合同な三角形4つの和である。
その1つ △ACF で考える。
△ACFは AF = AC の二等辺三角形



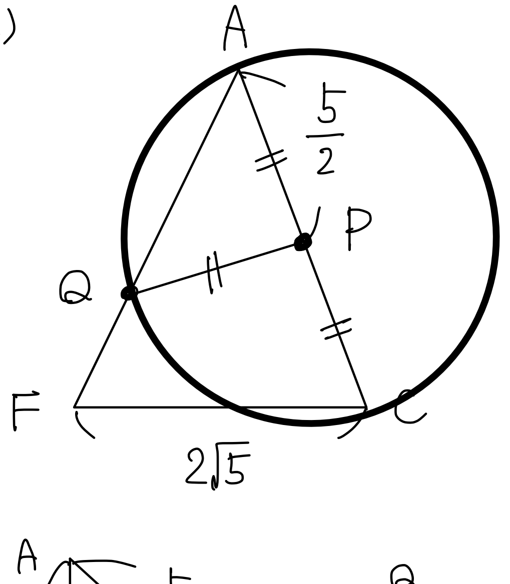
$$\left(\begin{aligned} AF &= \sqrt{AB^2+FB^2} = 5 \\ FC &= \sqrt{FB^2+BC^2} = 2\sqrt{5} \\ AR &= \sqrt{AF^2-FR^2} = 2\sqrt{5} \end{aligned}\right.$$

$$\triangle ACF = FC \times AR \times \frac{1}{2}$$
$$= 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{2} = 10\,\text{cm}^2$$

表面積 = △ACF × 4
= $\underline{40\,\text{cm}^2}$ //

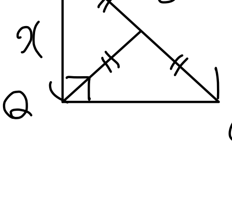
---

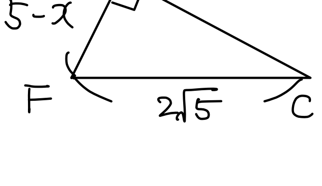
(2)



・ AP = PC（Pが ACの中点）
AP = PQ（仮定）より
3点 A、Q、C は同一円周上にあることがわかる。

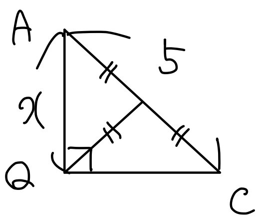
・ ACが直径なので △AQC は
∠AQC = 90°の直角三角形。
（∠FQC = 90°）

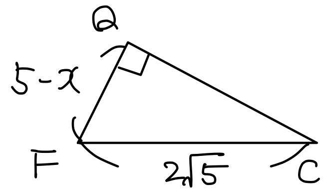




・ 左の2つ直角三角形の
QCの長さが等しい
等式を作る。

→ 続き





1つの長さを
2通りで表し、
立式して求める!

$$AC^2 - AQ^2 = QC^2 = FC^2 - QF^2$$

$$25 - x^2 = QC^2 = 20 - (5-x)^2$$

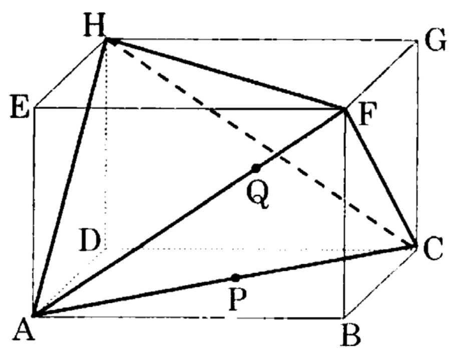
$$25 - x^2 = 20 - (25 - 10x + x^2)$$

$$25 - \cancel{x^2} = 20 - 25 + 10x - \cancel{x^2}$$

$$x = 3 \qquad AQ = 3\text{cm}$$

---

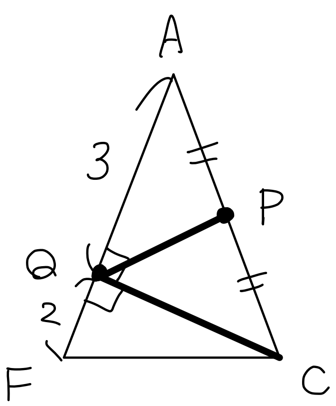
(3) 四面体 AHPQ の体積



四面体 HACF

= 直方体 − 三角錐 A−HEF × 4

$$= \sqrt{15} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10}$$
$$- \left(\sqrt{15} \times \sqrt{10} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \frac{1}{3}\right) \times 4 = \frac{10\sqrt{15}}{3}$$



底面を△ACFと考えると

底辺比から面積比は

$$\triangle AQP : \triangle PQC : \triangle FQC = \overbrace{1.5 : 1.5}^{3} : 2$$
$$= 3 : 3 : 4$$

$$\therefore \text{四面体 } AHPQ = \text{四面体 } HACF \times \frac{3}{10}$$
$$= \frac{10\sqrt{15}}{3} \times \frac{3}{10} = \sqrt{15}\ (\text{cm}^3)$$