高校入試過去問(　東 海　　)(H29)年数学

（１００点満点（50　）分））

1．

連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{3}}=\dfrac{y}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{3}\,x-\sqrt{2}\,y=\sqrt{2} \end{cases}$ の解は，$(x,\ y)$ ＝（ $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ ）である。

2.

自然数 m, n は不等式 $\sqrt{n} \leqq m \leqq \sqrt{n+100}$ を満たしている。

(1) $n=100$ のとき，与えられた不等式を満たす m は $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

(2) $n=225$ のとき，与えられた不等式を満たす m は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。

(3) 与えられた不等式を満たす m がちょうど2個である最小の n は $\boxed{\text{オ}}$ である。

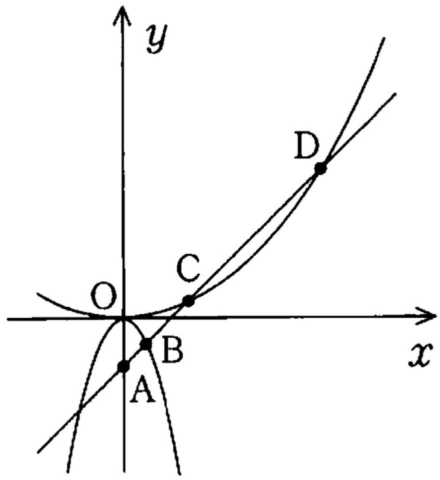
3.

図のように，直線 $y = ax - \frac{3}{8}$ $(a > 0)$ が y 軸，関数 $y = kx^2 (k < 0)$ のグラフ，関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフとそれぞれ点A，B，C，Dで交わっている。また，AB：BC：CD＝1：2：3 である。

このとき，

(1) $a =$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

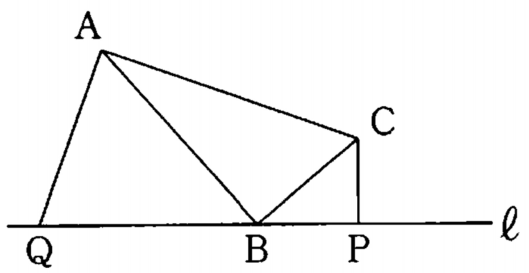
(2) $k =$ $\boxed{\text{キ}}$ である。



４.

図のように，$\angle B=90°$，AC＝６cm の直角三角形ABCと点Ｂを通る直線 ℓ がある。点Ｃから ℓ に垂線CPをひき，点Ａを通り辺ACに垂直な直線と ℓ との交点をＱとする。また，CP＝２cm，$\angle BAC=\angle CBP$ である。
このとき，

(1) BCの長さは $\boxed{\text{ク}}$ cmである。
(2) PQの長さは $\boxed{\text{ケ}}$ cmである。

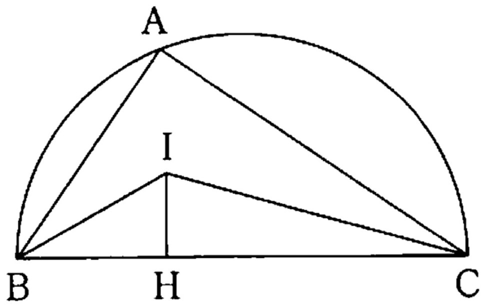


5.

図のように，線分BCを直径とする半円と，弧BC上の点Aがある。∠ABCの二等分線と∠ACBの二等分線との交点をＩとし，点Ｉから辺BCに垂線IHをひく。また，BC＝３㎝，　IC＝２㎝である。　　このとき，

⑴　∠BICの大きさは $\boxed{\text{コ}}$ °である。

⑵　IHの長さは $\boxed{\text{サ}}$ ㎝である。



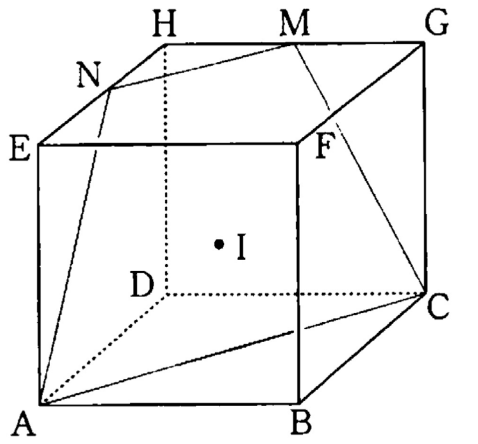
6.

図のように，一辺の長さが２cmの立方体ABCD－EFGHの辺GH，HEの中点をそれぞれM，Nとする。また，点Dから四角形ACMNに垂線DIをひく。

このとき，

(1)　四角形ACMNの面積は $\boxed{\text{シ}}$ cm^2 である。

(2)　DIの長さは $\boxed{\text{ス}}$ cmである。



高校入試過去問(東 海) (H29)年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

1.

連立方程式 $\begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{3}}=\dfrac{y}{\sqrt{2}} & \cdots ① \\ \sqrt{3}\,x-\sqrt{2}\,y=\sqrt{2} & \cdots ② \end{cases}$ の解は，$(x,\ y)=($ $\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$ $)$ である。

① × $\sqrt{6}$ より　$\sqrt{2}x=\sqrt{3}y$

$y=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}x$ を ② へ代入。

$\sqrt{3}x-\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}x=\sqrt{2}$

$\left(\sqrt{3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)x=\sqrt{2}$

$\dfrac{3-2}{\sqrt{3}}x=\sqrt{2}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}x=\sqrt{2}$　　$x=\sqrt{6}$

$\therefore\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\sqrt{6}=2$

$(x,\ y)=(\sqrt{6},\ 2)$ //

2.

自然数 m, n は不等式 $\sqrt{n} \leqq m \leqq \sqrt{n+100}$ を満たしている。

(1) $n=100$ のとき，与えられた不等式を満たす m は $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

(2) $n=225$ のとき，与えられた不等式を満たす m は $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。

(3) 与えられた不等式を満たす m がちょうど2個である最小の n は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(1) $\sqrt{100} \leqq m \leqq \sqrt{200}$

$10 \leqq m \leqq 10\sqrt{2} \fallingdotseq 14.14\cdots$

$\therefore m = 10, 11, 12, 13, 14$ の 5個 //

---

(2) $\sqrt{255} \leqq m \leqq \sqrt{355}$

$15 \leqq m < 18.\cdots$

$\left(\begin{array}{ccccc} 18 & < \sqrt{355} < & 19 \\ \shortparallel & & \shortparallel \\ \sqrt{324} & & \sqrt{361} \end{array} \right)$

$\therefore m = 15, 16, 17, 18$ の 4個 //

---

(3) 不等式を満たす m を x と $x+1$ とする。

$\sqrt{n} \leqq m \leqq \sqrt{n+100}$

$n \leqq m^2 \leqq n+100$

(1)(2)より $(x-1)^2 < n \cdots ①$, $n+100 < (x+2)^2 \cdots ②$

$x^2-2x+1 < n \cdots ①'$, $n+100 < x^2+4x+4 \cdots ②'$

①$'$ +100 して ②$'$ の $n+100$ に代入すると

$x^2-2x+101 < x^2+4x+4$

$97 < 6x$

$16.1\cdots < x$ $\therefore x = 17$

① より $16^2 < n$

$\therefore n = 16^2+1 = 257$ //

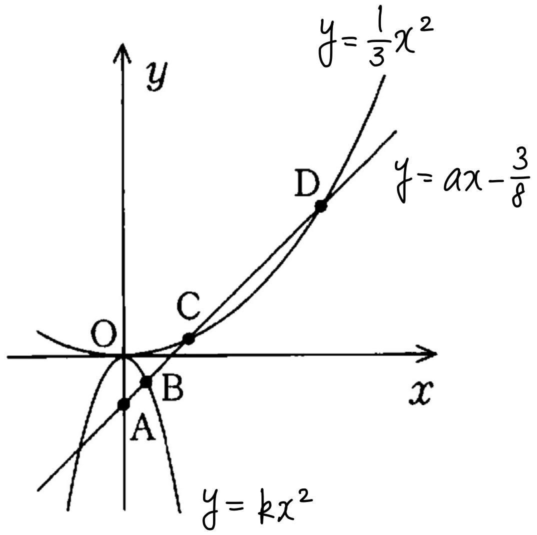
3.

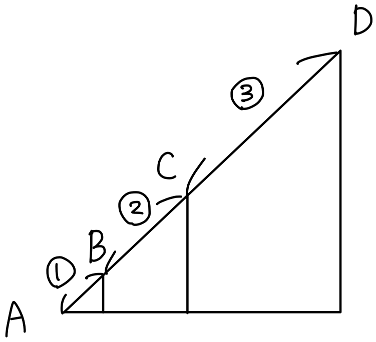
図のように，直線 $y=ax-\frac{3}{8}$ $(a>0)$ が y 軸，関数 $y=kx^2(k<0)$ のグラフ，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフとそれぞれ点A，B，C，Dで交わっている。また，AB：BC：CD＝1：2：3 である。

このとき，

(1) $a=$ $\boxed{カ}$ である。

(2) $k=$ $\boxed{キ}$ である。





C，Dは $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=ax-\frac{3}{8}$ の交点なので $\frac{1}{3}x^2=ax-\frac{3}{8}$ を解く。

$$8x^2-24ax+9=0$$

$$x=\frac{24a\pm\sqrt{(24a)^2-4\times8\times9}}{16}$$

$$=\frac{24a\pm12\sqrt{4a^2-2}}{16}$$

$$=\frac{6a\pm3\sqrt{4a^2-2}}{4}$$

AC：CD＝1：1 なので
Cのx座標の2倍が
Dのx座標となる。

$$\frac{6a-3\sqrt{4a^2-2}}{4}\times2$$

$$=\frac{6a+3\sqrt{4a^2-2}}{4}$$

$$12a-6\sqrt{4a^2-2}$$

$$=6a+3\sqrt{4a^2-2}$$

$$6a=9\sqrt{4a^2-2}$$

$$36a^2=81(4a^2-2)$$

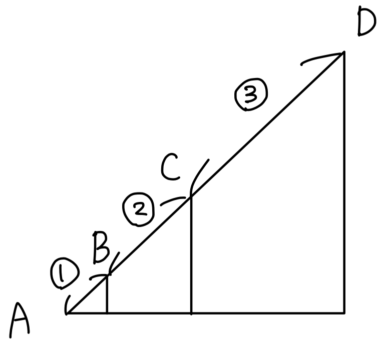
$$4a^2=9(4a^2-2)$$

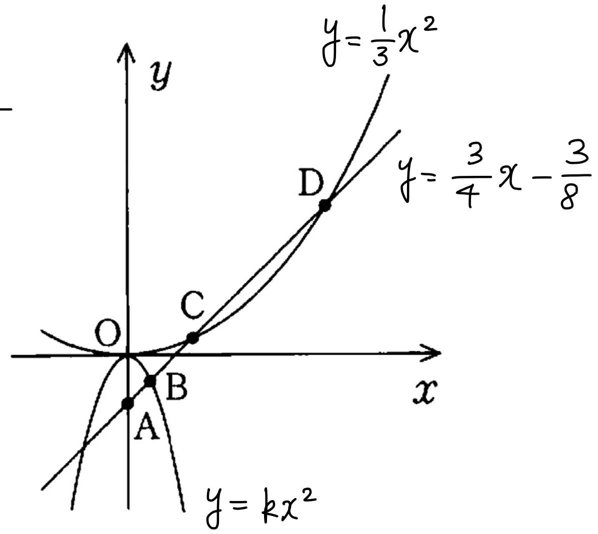
$$18=32a^2$$

$$a^2=\frac{\cancel{18}\,9}{\cancel{32}\,16}$$

$a>0$ より $a=\frac{3}{4}$

(2) kの値





・(1)より $a=\frac{3}{4}$ を $\frac{6a \pm 3\sqrt{4a^2-2}}{4}$

に代入して $\frac{\frac{9}{2} \pm \frac{3}{2}}{4}$ なので Cのx座標は $\frac{3}{4}$

・上の図より B のx座標は
Cのx座標の $\frac{1}{3}$倍 なので $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

・B は $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{8}$ 上の点なので

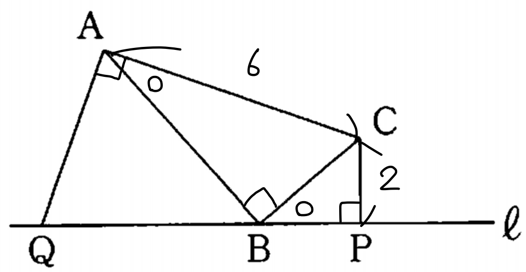
$x=\frac{1}{4}$ を代入し　$y=-\frac{3}{16}$

・$B\left(\frac{1}{4}, -\frac{3}{16}\right)$ を $y=kx^2$ に代入し

$-\frac{3}{16} = k \times \frac{1}{16}$　　$k=-3$ //

4.

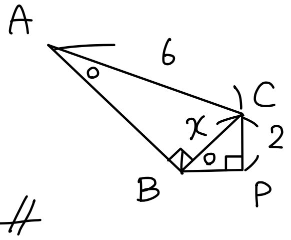
図のように，∠B＝90°，AC＝6 cm の直角三角形ABCと点Bを通る直線 ℓ がある。点Cから ℓ に垂線CPをひき，点Aを通り辺ACに垂直な直線と ℓ との交点をQとする。また，CP＝2 cm，∠BAC＝∠CBP である。
このとき，
(1) BCの長さは $\boxed{\text{ク}}$ cmである。
(2) PQの長さは $\boxed{\text{ケ}}$ cmである。



(1) △ABC ∽ △BPC
なので相似比が等しいので次の式が成り立つ。

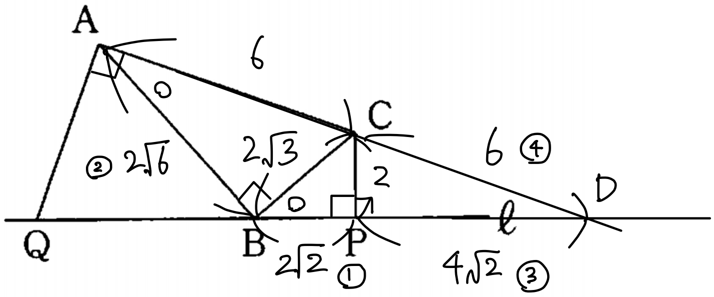
AC : BC = BC : PC
6 : x = x : 2

$x^2 = 12$
$x > 0$ より
$x = BC = 2\sqrt{3}$ (cm) //



①～④は解説順。

(2)



⊘ △CBPで三平方の定理を用いて
$BP = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}$ … ①

⊘ △ABCで同様にして
$AB = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$ … ②

⊘ △ABD ∽ △BCD より
$AB : BC = 2\sqrt{6} : 2\sqrt{3}$
$= \sqrt{2} : 1$

⊘ PD = y，CD = z とおくと，

$z = \dfrac{2\sqrt{2} + y}{\sqrt{2}}$ …(※)

⊘ △PCDで三平方の定理

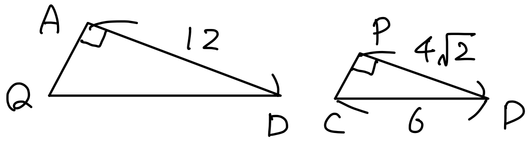
$\left(\dfrac{2\sqrt{2} + y}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2^2 + y^2$

$y(y - 4\sqrt{2}) = 0$

$y > 0$ より $y = 4\sqrt{2}$ … ③

(※)より $z = 6$ … ④

⊘ △AQD ∽ △PCD は



$12 : 4\sqrt{2} = QD : 6$
$QD = 9\sqrt{2}$

$\therefore QB = QD - BP - PD$
$= 9\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
$= 3\sqrt{2}$

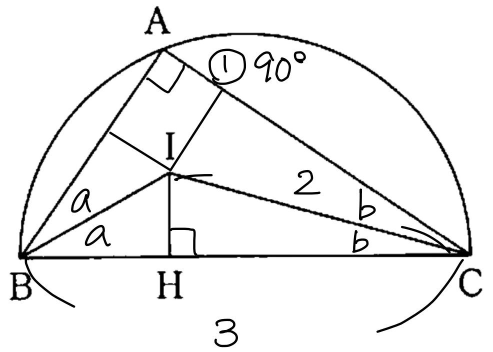
以上より $QP = QB + BP$
$= 5\sqrt{2}$ (cm) //

5.

図のように，線分BCを直径とする半円と，弧BC上の点Aがある。∠ABCの二等分線と∠ACBの二等分線との交点をＩとし，点Ｉから辺BCに垂線IHをひく。また，BC＝３cm，　IC＝２cmである。　このとき，

⑴　∠BICの大きさは $\boxed{コ}$ °である。

⑵　IHの長さは $\boxed{サ}$ cmである。



(1)　△ABCは直径を含む三角形なので ∠BAC＝90° の直角三角形。

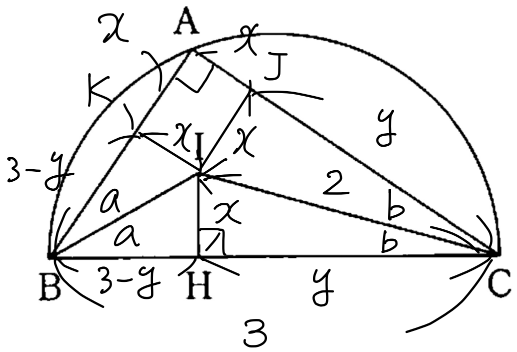
$\angle ABI = \angle IBH = a^\circ$
$\angle ACI = \angle ICH = b^\circ$　とすると，

$2a + 2b + 90^\circ = 180^\circ$ となり $a + b = 45^\circ$ となるので

$\angle BIC = a + 90 + b = 45 + 90 = \underline{135^\circ}$ //

---

(2)　IからACとABにそれぞれ垂線を引き、J, Kとすると長方形となる。



・ $IH = x$
　$CH = y$　とすると，

右図のように長さが決まる。

(∵ △KIB ≡ △HIB
　△JIC ≡ △HIC

・ △ABC と △HIC で三平方を用いて

$$\begin{cases} (x + 3 - y)^2 + (x + y)^2 = 3^2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

$x^2 + 9 + y^2 + 6x - 6y - \cancel{2xy}$
$\quad + x^2 + y^2 + \cancel{2xy} = 9$

$8 + 6x - 6y = 0 \rightarrow y = x + \frac{4}{3}$

△HICの三平方で

$x^2 + \left(x + \frac{4}{3}\right)^2 = 4$

$9x^2 + 12x - 10 = 0$

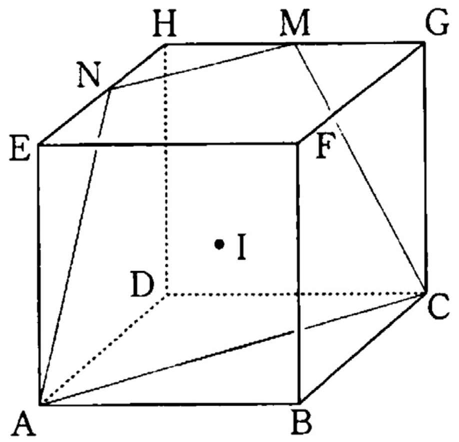
$\underline{x = IH = \frac{-2+\sqrt{14}}{3}\ \text{(cm)}}$ //

6.

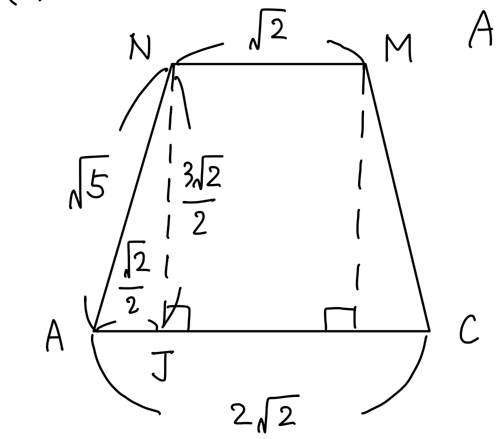
図のように，一辺の長さが２cmの立方体ABCD－EFGHの辺GH，HEの中点をそれぞれM，Nとする。また，点Dから四角形ACMNに垂線DIをひく。
このとき，

(1) 四角形ACMNの面積は $\boxed{\text{シ}}$ cm^2 である。

(2) DIの長さは $\boxed{\text{ス}}$ cmである。



(1)



$$AJ = \frac{AC - NM}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

① △NAJ で $NJ = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

② 四角形ACMN $= (NM + AC) \times NJ \times \frac{1}{2}$

$$= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

---

(2) AN，DH，CMを延長した交点をKとする。

① K−DACの体積 ＝ D−KACの体積 ② の等式を作る。

求めるDIはD−KACの高さである。

NM：AC＝1：2 より KD＝4

① $K-DAC = \triangle DAC \times KD \times \frac{1}{3}$

$$= 2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{8}{3}$$

② $D-KAC = \triangle KAC \times DI \times \frac{1}{3}$

$$= 6 \times DI \times \frac{1}{3} \quad \cdots (※)$$

$$= 2DI$$

(※)
△KACの高さは(1)のNJの2倍なので $3\sqrt{2}$ cm

$\therefore \triangle KAC = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$

$$2DI = \frac{8}{3}$$

$$DI = \frac{4}{3}$$

$\frac{4}{3}$ cm