高校入試過去問（東海）（H30）年数学

（１００点満点（50）分））

１．

連立方程式 $\begin{cases} (\sqrt{5}-1)x+y=\sqrt{5}-1 \\ x+(\sqrt{5}+1)y=\sqrt{5}+1 \end{cases}$ の解は，$(x,\ y)=($ $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ $)$ である。

2.

大中小３つのさいころを投げて，それぞれの目の数をA，B，Cとする。このとき，

⑴　$A+B=C$ となる目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りある。

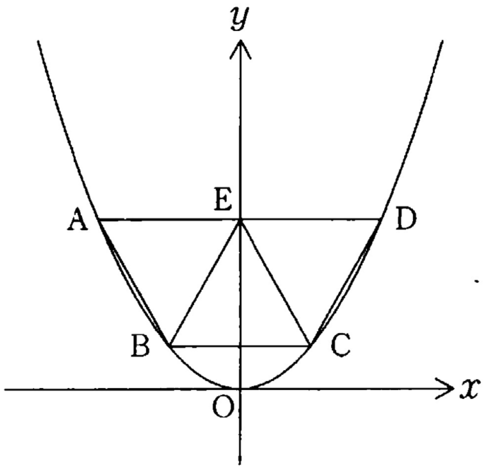
⑵　$\dfrac{A}{2}+\dfrac{B}{6}=\dfrac{C}{3}$ となる目の出方は $\boxed{\text{エ}}$ 通りある。

3．

図のように，$y=x^2$ のグラフ上に４点A，B，C，Dがあり，線分ADと線分BCは x 軸に平行である。線分ADと y 軸の交点をＥとすると，AE＝BC であり，三角形BCEは正三角形である。このとき，

⑴　点Ｃの x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。

⑵　Ａを通り台形ABCDの面積を２等分する直線と線分CDとの交点をＦとすると，点Ｆの x 座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。



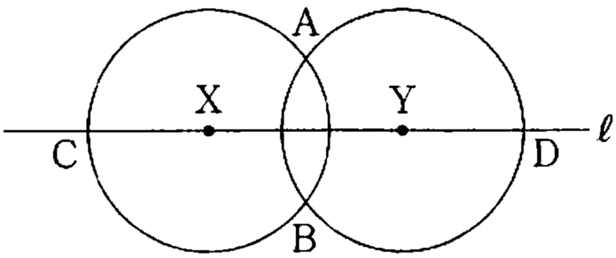
４.

　図のように，ともに直線 ℓ 上に中心をもち，ともに半径が１である円Ｘと円Ｙが，２点Ａ，Ｂで交わっている。直線 ℓ と円Ｘ，円Ｙとの交点のうち，もう一方の円の外側にあるものをそれぞれＣ，Ｄとする。

$\angle$CAD＝135°のとき，

⑴　CD＝ $\boxed{\text{キ}}$ である。

⑵　３点Ａ，Ｃ，Ｄを通る円の中心をＯとすると，四角形OCADの面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

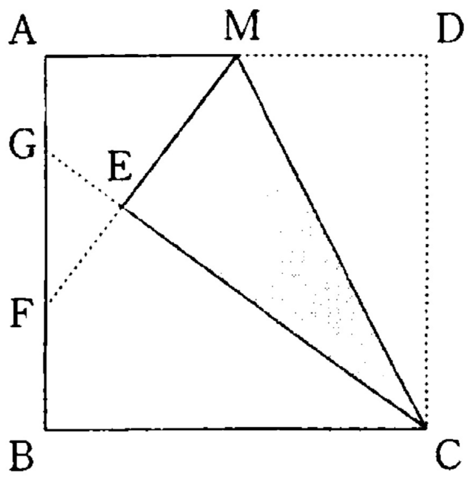


5.

1辺の長さが6の正方形ABCDがある。図のように，辺ADの中点Mと頂点Cを結ぶ線分を折り目として三角形CDMを折り返し，頂点Dが移る点をEとする。直線MEと辺ABの交点をF，直線CEと辺ABの交点をGとする。このとき，

(1) EF＝BF となることを証明しなさい。

(2) AG：GF：FB＝3：$\boxed{ケ}$：$\boxed{コ}$ である。

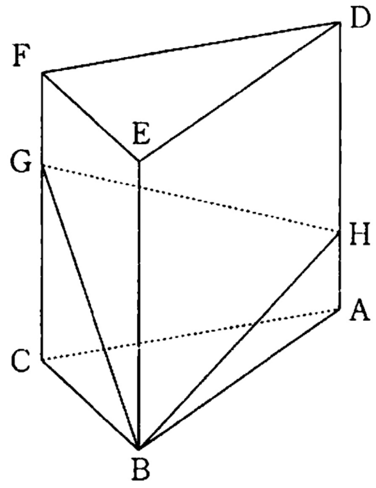


6.

図のように，AB＝AC＝３，BC＝$\sqrt{3}$ である二等辺三角形ABCを底面とする三角柱ABC－DEF がある。辺CF上に点G，辺AD上に点Hがあり，三角形BGHは正三角形である。このとき，

⑴　三角形ABCの面積は $\boxed{サ}$ である。

⑵　三角柱を３点B，G，Hを通る平面で切るとき，頂点Aを含む立体の体積は $\boxed{シ}$ である。



高校入試過去問(東 海) (H30)年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

連立方程式 $\begin{cases}(\sqrt{5}-1)x+y=\sqrt{5}-1 & \cdots ① \\ x+(\sqrt{5}+1)y=\sqrt{5}+1 & \cdots ②\end{cases}$ の解は，$(x,\ y)=($ $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ $)$ である。

① × $(\sqrt{5}+1)$ より

$$(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)x+(\sqrt{5}+1)y=(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$$

$$4x+(\sqrt{5}+1)y=4 \quad \cdots ①'$$

$$-)\quad x+(\sqrt{5}+1)y=\sqrt{5}+1 \quad \cdots ②$$

$$3x=3-\sqrt{5}$$

$$x=\frac{3-\sqrt{5}}{3}$$

② × $(\sqrt{5}-1)$ より

$$(\sqrt{5}-1)x+(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)y=(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$$

$$(\sqrt{5}-1)x+4y=4 \quad \cdots ②'$$

$$-)\quad (\sqrt{5}-1)x+y=\sqrt{5}-1 \quad \cdots ①$$

$$3y=5-\sqrt{5}$$

$$y=\frac{5-\sqrt{5}}{3}$$

$$(x,y)=\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3},\ \frac{5-\sqrt{5}}{3}\right)$$

//

2.

大中小３つのさいころを投げて，それぞれの目の数をA，B，Cとする。このとき，

(1) $A+B=C$ となる目の出方は $\boxed{ウ}$ 通りある。

(2) $\frac{A}{2}+\frac{B}{6}=\frac{C}{3}$ となる目の出方は $\boxed{エ}$ 通りある。

(1) ・$C=2$ のとき　$(A,B)=(1,1)$

・$C=3$ 〃　$(A,B)=(1,2)(2,1)$

・$C=4$ 〃　$(A,B)=(1,3)(2,2)(3,1)$

・$C=5$ 〃　$(A,B)=(1,4)(2,3)(3,2)(4,1)$

・$C=6$ 〃　$(A,B)=(1,5)(2,4)(3,3)(4,2)(5,1)$

15通り //

---

(2) 両辺を6倍して　$3A+B=2C$

$B=2C-3A$

$2C=2,4,6,8,10,12$

$3A=3,6,9,12,15,18$

$2C-3A$ が $1\sim6$ となる組み合わせを見つける。

・$2C-3A=1$ のとき　$(2C,3A)=(4,3)(10,9)$

・$=2$ 〃　$=(8,6)$

・$=3$ 〃　$=(6,3)(12,9)$

$=4$ 〃　$=(10,6)$

$=5$ 〃　$=(8,3)$

$=6$ 〃　$=(12,6)$

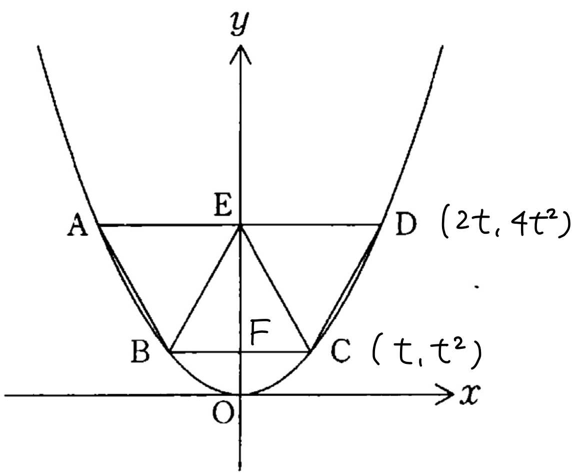
以上 8通り //

3.

図のように，$y=x^2$ のグラフ上に4点A，B，C，Dがあり，線分ADと線分BCは x 軸に平行である。線分ADと y 軸の交点をEとすると，AE＝BC であり，三角形BCEは正三角形である。このとき，

(1) 点Cの x 座標は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) Aを通り台形ABCDの面積を2等分する直線と線分CDとの交点をFとすると，点Fの x 座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。



(1) 点Cの x 座標を t とすると，

△ECD は正三角形なので

Dの x 座標は $2t$ となる。

$\therefore$ D$(2t, 4t^2)$

BCと y 軸との交点をFとして，EFを2通りで表すと，

Dと C の y 座標の差 EF ＝ $1:2:\sqrt{3}$ の△EFCのEF

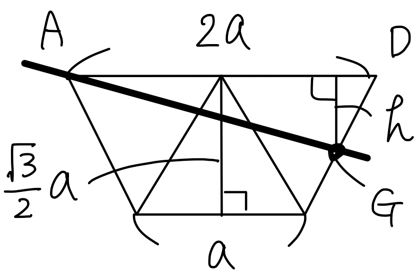
$4t^2 - t^2 = \sqrt{3}t$ $\qquad$ $t(3t-\sqrt{3})=0$

$3t^2 = \sqrt{3}t$ $\qquad$ $t = 0, \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ //

---

(2)



正三角形1辺の長さを a とすると，

台形ABCDの面積

$= (2a+a) \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}a \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$

△ADG ＝ $\dfrac{1}{2}$ 台形ABCD なので

$2a \times h \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$ $\qquad$ $a = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ を代入

$h = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}a = \dfrac{3\sqrt{3}}{8} \times \dfrac{2\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3}{4}$

$4 \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \dfrac{3}{4}$ がGの y 座標 $\dfrac{7}{12}$

C$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ D$\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$

CD：$y = \sqrt{3}x - \dfrac{2}{3}$ に $y = \dfrac{7}{12}$ に代入して，$x = \dfrac{5\sqrt{3}}{12}$ //

4.

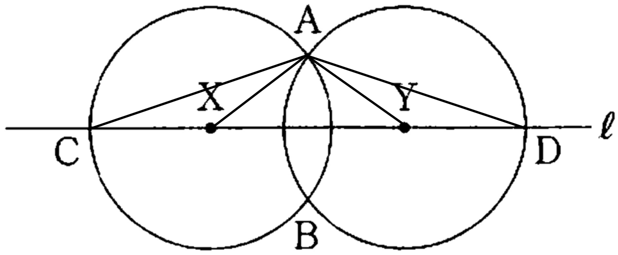
図のように，ともに直線ℓ上に中心をもち，ともに半径が1である円Xと円Yが，2点A，Bで交わっている。直線ℓと円X，円Yとの交点のうち，もう一方の円の外側にあるものをそれぞれC，Dとする。

$\angle CAD=135°$のとき，

(1) CD= $\boxed{キ}$ である。

(2) 3点A，C，Dを通る円の中心をOとすると，四角形OCADの面積は $\boxed{ク}$ である。

(1)



① XA，YAを結び

$\angle ACX = x$ とおくと

$\triangle XAC$と$\triangle YAD$は

二等辺三角形なので

$\angle ACX = \angle CAX = x$

$\angle ADY = \angle DAY = x$

② $\triangle ACX$の外角の性質より $\angle AXY = \angle AYX = 2x$

$\angle CAD = \angle CAX + \angle XAY + \angle DAY$

$135° = x + (180 - 4x) + x$

$2x = 45°$ 　　つまり $\triangle XAY$は $45°, 45°, 90°$の

直角二等辺三角形

③ $CD = CX + XY + YD$

$= AX + XY + AY$

$= 1 + \sqrt{2} + 1$

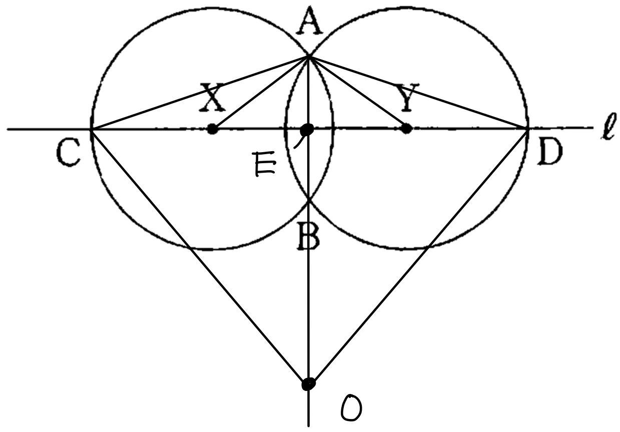
$= \underline{2+\sqrt{2}}$ //

(半径1の円なので

$AX = AY = 1$，

$XY = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$)

(2) 3点A，C，Dを通る円の中心をOとすると，四角形OCADの面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。



$OA = OB = OC = y$ とする。

$\triangle AEX$ は $45°, 45°, 90°$ の直角二等辺三角形なので

$AX = 1$ より $AE = XE = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\triangle CEO$ において三平方の定理より

$$CE^2 + EO^2 = CO^2$$

$$\left(\begin{array}{l} CE = CX + XE = 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ EO = OA - AE = y - \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ CO = y \end{array}\right.$$ を代入する。

$$\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = y^2$$

$$1+\sqrt{2}+\frac{1}{2} + y^2 - \sqrt{2}y + \frac{1}{2} = y^2$$

$$\sqrt{2}y = 2+\sqrt{2}$$

$$y = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+2}{2} = \sqrt{2}+1$$

$$\text{四角形}OACD = CD \times AO \times \frac{1}{2}$$

$$= (2+\sqrt{2})(\sqrt{2}+1) \times \frac{1}{2}$$

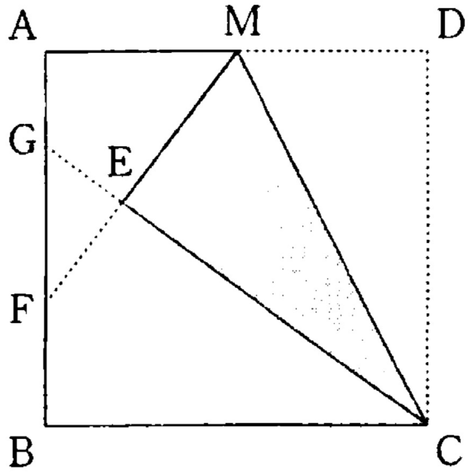
$$= \frac{2\sqrt{2}+2+2+\sqrt{2}}{2} = \underline{\frac{3\sqrt{2}+4}{2}} \ /\!/$$

5.

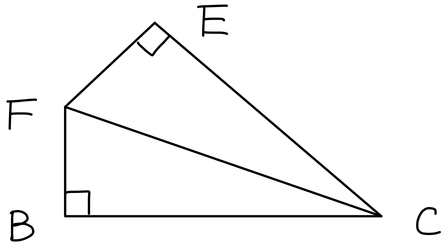
1辺の長さが6の正方形ABCDがある。図のように，辺ADの中点Mと頂点Cを結ぶ線分を折り目として三角形CDMを折り返し，頂点Dが移る点をEとする。直線MEと辺ABの交点をF，直線CEと辺ABの交点をGとする。このとき，

(1) EF＝BF となることを証明しなさい。

(2) AG：GF：FB＝3：$\boxed{ケ}$：$\boxed{コ}$ である。



(1)



△EFCと△BFCで

∠FEC＝∠FBC＝90°…①

FC＝FC（共通）…②

EC＝BC（正方形）…③

①、②、③より

斜辺と他の1辺が

それぞれ等しいので

△EFC ≡ △BFC

∴対応する辺の長さは等しいので

EF＝BF □

(2) EF＝FB＝x とおくと

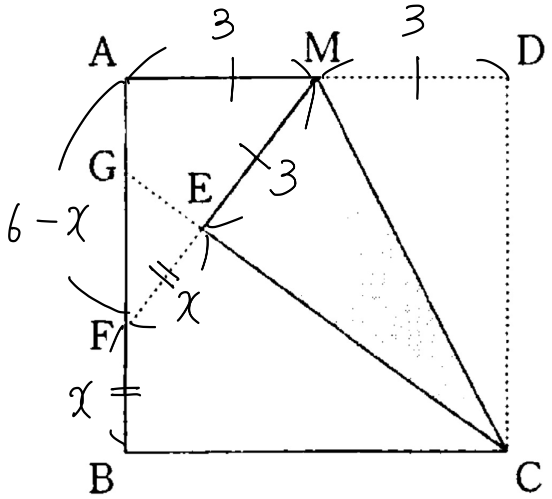
△AFMで三平方の定理を用いて

$$(6-x)^2+3^2=(3+x)^2$$

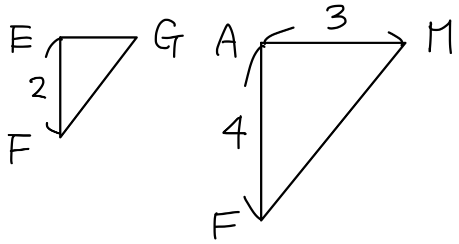
$$36-12x+x^2+9=9+6x+x^2$$

$$18x=36$$

$$x=2 \quad \therefore AF=4$$



△GEF ∽ △MAFより



左図より MF＝5，$GF=\frac{5}{2}$

$$AG=AB-GF-FB$$

$$=6-\frac{5}{2}-2=\frac{3}{2}$$

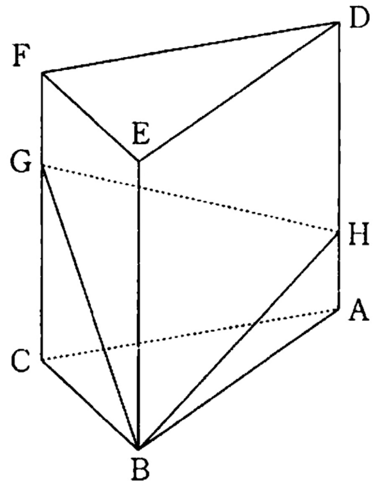
$$\therefore AG:GF:FB=\frac{3}{2}:\frac{5}{2}:2=\underline{3:5:4}$$ //

6.

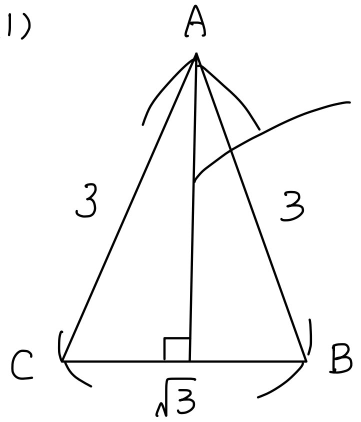
図のように，AB＝AC＝3，BC＝$\sqrt{3}$ である二等辺三角形ABCを底面とする三角柱ABC−DEF がある。辺CF上に点G，辺AD上に点Hがあり，三角形BGHは正三角形である。このとき，

(1) 三角形ABCの面積は $\boxed{サ}$ である。

(2) 三角柱を３点B，G，Hを通る平面で切るとき，頂点Aを含む立体の体積は $\boxed{シ}$ である。



(1)

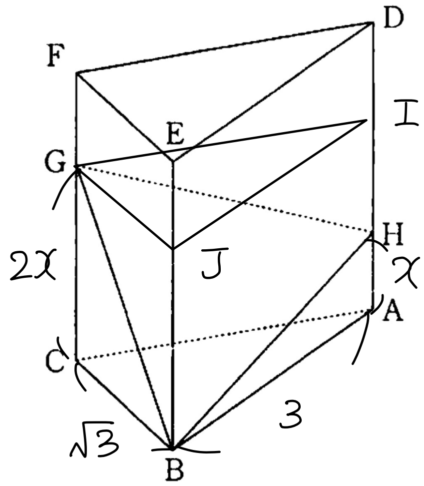


$$\sqrt{3^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$\triangle ABC=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{33}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{11}}{4}$$ //

---

(2) Gを通り，△ABCに平行な平面で三角柱を切り，
交点をI，Jとおく。



・ △GIHと△BAHで

GH＝BH （正三角形）…①

∠GIH＝∠BAH＝90° …②

GI＝BA （仮定）…③

①，②，③より

斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので

△GIH≡△BAH となり

IH＝AH つまり Hは IAの中点 とわかる。

・ IH＝x とおくと CG＝2x となり

△GCB と△BAHの三平方の定理で GB＝BHで立式。

$$(2x)^2+(\sqrt{3})^2=3^2+x^2$$

$$4x^2+3=9+x^2$$

$$3x^2=6 \qquad x=\sqrt{2}$$

→続き

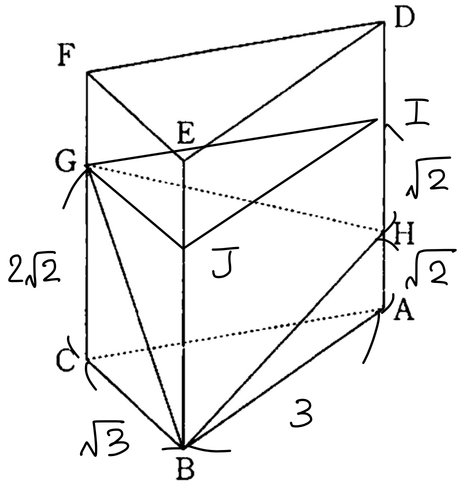
(2) の続き

求める立体の体積 $=$

$($ 三角柱 GIJ－CAB $)_{①}$

$-($ 三角錐 H－GIJ $)_{②}$

$-($ 三角錐 H－GBJ $)_{③}$



$$① = \triangle ABC \times GC$$
$$= \frac{3\sqrt{11}}{4} \times 2\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{22}}{2}$$

$$② = \triangle ABC \times IH \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{3\sqrt{11}}{4} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{22}}{4}$$

$$③ = \triangle GJB \times \underbrace{\frac{\sqrt{33}}{2}}_{(1)\text{の高さ}} \times \frac{1}{3}$$
$$= \sqrt{3} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{33}}{2} \times \frac{1}{3}$$
$$= \frac{6\sqrt{22}}{12} = \frac{\sqrt{22}}{2}$$

以上より

$$\frac{3\sqrt{22}}{2} - \frac{\sqrt{22}}{4} - \frac{\sqrt{22}}{2}$$
$$= \frac{6\sqrt{22} - \sqrt{22} - 2\sqrt{22}}{4}$$
$$= \underline{\frac{3\sqrt{22}}{4}} \;//$$