高校入試過去問（ 東 海 ）（R3 ）年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

(1) ２次方程式 $\frac{1}{5}(x+2)^2-\frac{1}{3}(x+1)(x+2)=-\frac{1}{3}$ の解は，$x=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 点数が０点以上10点以下の整数である小テストを７人の生徒が受験したところ，得点の範囲が７点，平均値と中央値がともに６点であり，最頻値は１つのみで７点であった。このとき，７人の得点を左から小さい順に書き並べると $\boxed{\text{イ}}$ である。

２．

(1) $\sqrt{171a}$の値が整数となるような自然数aのうち，小さいものから２番目の数は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

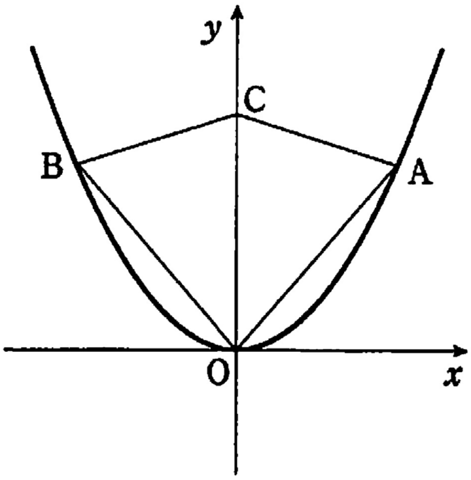
(2) $\sqrt{171+b^2}$の値が整数となるような自然数bをすべて求めると $\boxed{\text{エ}}$ である。

３．

　図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に点Aをとる。ただし，点Aの x 座標は正とする。点Aを，y 軸を対称の軸として対称移動した点をＢとすると，△OABが１辺の長さが１の正三角形になった。また，OA＝OCとなる点Ｃを y 軸の正の部分にとる。このとき，

⑴　$a=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

⑵　点Aを通る直線 ℓ によって四角形OACBが面積の等しい２つの図形に分けられるとき，直線 ℓ と辺OBとの交点の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。



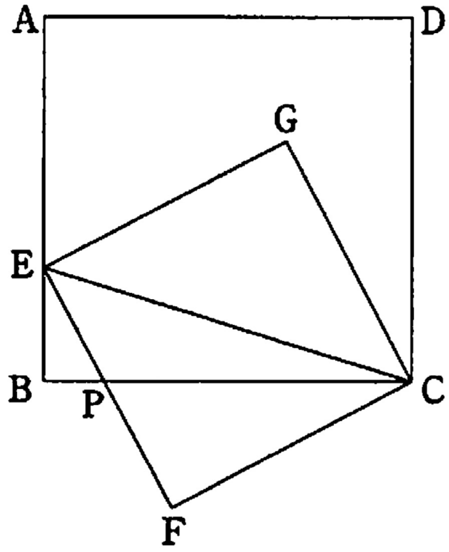
４．

　図のように，１辺の長さが３の正方形ABCDがある。辺AB上にBE＝１となる点Ｅがあり，四角形EFCGはCEを対角線とする正方形である。このとき，

⑴　CF＝ $\boxed{\text{キ}}$ である。

⑵　BCとEFの交点をＰとすると，BP＝ $\boxed{\text{ク}}$ ，EP＝ $\boxed{\text{ケ}}$ である。

⑶　BF＝ $\boxed{\text{コ}}$ である。



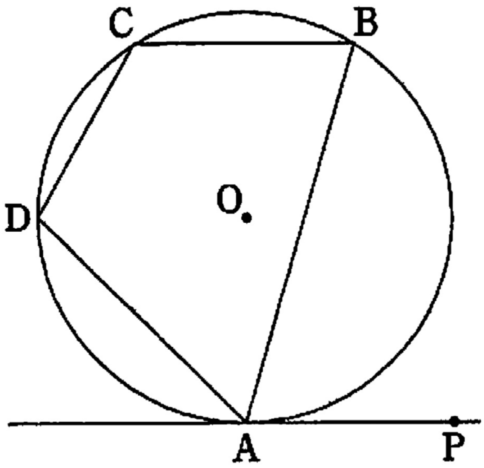
5.

図のように，円Oの周上に４点A，B，C，Dがあり，点Aを通る円Oの接線上に点Pをとる。円Oの半径が２cm，CB // AP，∠PAB=75°，∠ABD=45°のとき，

(1) AD= $\boxed{\text{サ}}$ cmである。

(2) △BCDの面積は $\boxed{\text{シ}}$ cm²である。

(3) 四角形ABCDの面積は $\boxed{\text{ス}}$ cm²である。



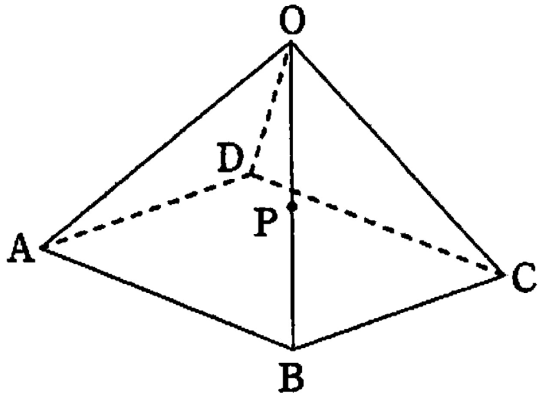
６.

図のように，１辺がすべて８㎝の正四角錐OABCDがあり，辺OBの中点をＰとする。この正四角錐を３点Ａ，Ｄ，Ｐを通る平面で切ったとき，

⑴　正四角錐OABCDの体積は $\boxed{\text{セ}}$ cm^3である。

⑵　切り口の図形の面積は $\boxed{\text{ソ}}$ cm^2である。

⑶　２つに分けた立体のうち，点Ｏを含む方の立体の体積は $\boxed{\text{タ}}$ cm^3である。



高校入試過去問(東 海) (R3)年数学

（１００点満点（50 ）分））

１.

⑴ ２次方程式 $\frac{1}{5}(x+2)^2-\frac{1}{3}(x+1)(x+2)=-\frac{1}{3}$ の解は，$x=$ $\boxed{ア}$ である。

$$3(x^2+4x+4)-5(x^2+3x+2)=-5$$
$$2x^2+3x-7=0$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-4\times2\times(-7)}}{4}$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{65}}{4}$$

⑵ 点数が０点以上10点以下の整数である小テストを７人の生徒が受験したところ，得点の範囲が７点，平均値と中央値がともに６点であり，最頻値は１つのみで７点であった。このとき，７人の得点を左から小さい順に書き並べると $\boxed{イ}$ である。

中央値が6点なので ○○○⑥○○○

最頻値が1つのみで7点なので7点は2人か3人。

・7点が3人とすると，範囲が7なので最小は0点

⓪○○⑥⑦⑦⑦　2人をx,y点とすると，

平均点が6点より，$\frac{x+y+6+21}{7}=6$

$x+y=15$ とはならないので7点は2人 ○○○⑥⑦⑦○

・最大値が8点の場合，最小値は1点 ①○○⑥⑦⑦⑧

上同様に2人をx,yとすると $\frac{x+y+29}{7}=6$　$x+y=13$ は不適。

・最大値が9点の場合，最小値は2点 ②○○⑥⑦⑦⑨

上同様に2人をx,yとすると $\frac{x+y+31}{7}=6$　$x+y=11$ は不適。

・最大値が10点の場合，最小値は3点 ③○○⑥⑦⑦⑩

上同様に2人をx,yとすると $\frac{x+y+33}{7}=6$　$x+y=9$

$(x,y)=(4,5)$

3，4，5，6，7，7，10

2.

(1) $\sqrt{171a}$の値が整数となるような自然数aのうち，小さいものから２番目の数は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

$\sqrt{171a} = \sqrt{3^2 \times 19a} = 3\sqrt{19a}$

$a = 19$ と 整数の2乗 をかけることで $\sqrt{\ }$ は整数となる。

1番小さいのは，19×1^2，2番目は $19 \times 2^2 = \underline{76}$ //

---

(2) $\sqrt{171+b^2}$ の値が整数となるような自然数bをすべて求めると $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\sqrt{171+b^2} = X$ とおき，両辺を2乗すると、

$171 + b^2 = X^2$

$X^2 - b^2 = 171 \rightarrow (X+b)(X-b) = 3^2 \times 19$

(i) $X+b = 3^2 \times 19$，$X-b = 1$ のとき

引いて，$b = 85$

(ii) $X+b = 3 \times 19$，$X-b = 3$ のとき

引いて，$b = 27$

(iii) $X+b = 19$，$X-b = 9$ のとき

引いて，$b = 5$

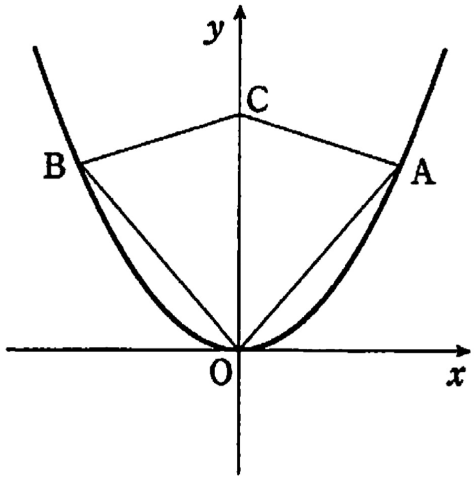
以上より $\underline{b = 5, 27, 85}$ //

3.

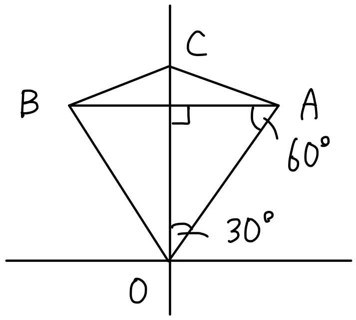
図のように，関数 $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフ上に点Aをとる。ただし，点Aの x 座標は正とする。点Aを，y 軸を対称の軸として対称移動した点をBとすると，△OABが1辺の長さが1の正三角形になった。また，OA＝OCとなる点Cを y 軸の正の部分にとる。このとき，

(1) $a =$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) 点Aを通る直線 ℓ によって四角形OACBが面積の等しい2つの図形に分けられるとき，直線 ℓ と辺OBとの交点の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。



(1)



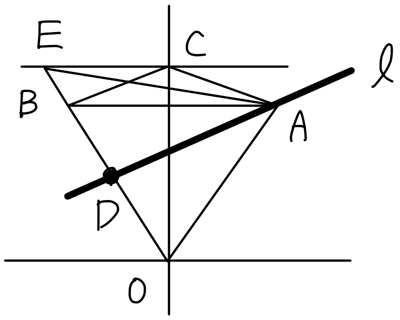
1辺の長さが1なので

OA＝1，1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形より

A $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$y = ax^2$ に代入し $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4}a$ 　 $a = 2\sqrt{3}$ //

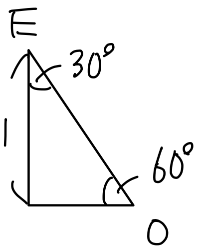
(2)



△ABCを等積変形して
△ABEとすると
四角形OABC ＝ △OAE

面積が半分なので求める
点Dの座標はOEの中点となる。

① OB：$y = -2x$
C(0, 1) より
1：2：$\sqrt{3}$ より
E $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$



② DはOEの中点なので D $\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2}\right)$ //

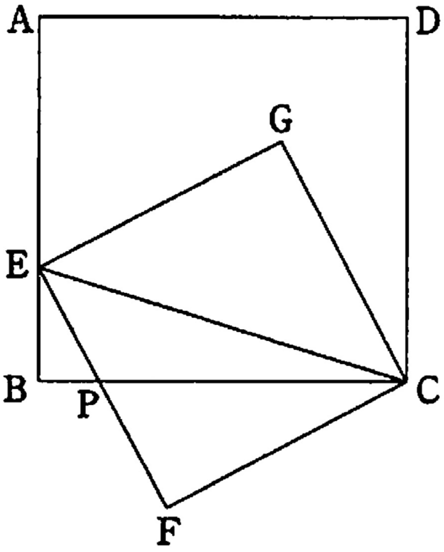
4.

図のように，1辺の長さが3の正方形ABCDがある。辺AB上にBE＝1となる点Eがあり，四角形EFCGはCEを対角線とする正方形である。このとき，

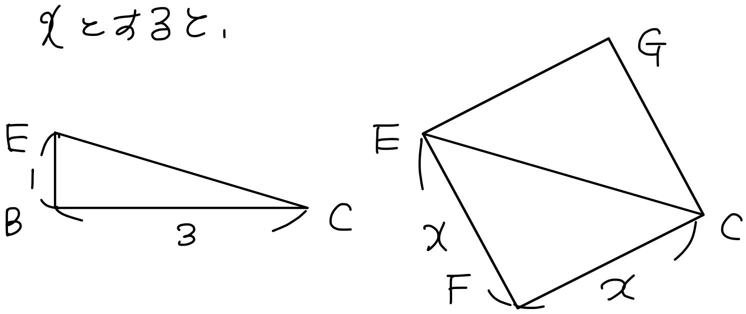
(1) CF＝ $\boxed{キ}$ である。

(2) BCとEFの交点をPとすると，BP＝ $\boxed{ク}$ ，EP＝ $\boxed{ケ}$ である。

(3) BF＝ $\boxed{コ}$ である。



(1) EC^2が△EBCと正方形EFCGにおける三平方の定理で等しいので正方形EFCGの1辺の長さをxとすると，



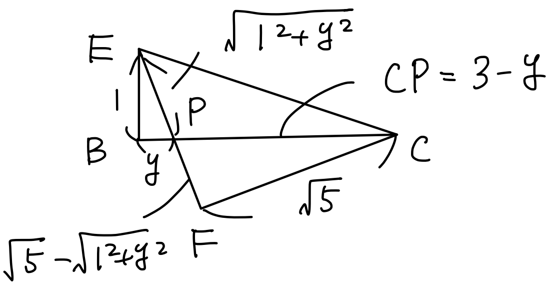
$1^2+3^2 = x^2+x^2$

$2x^2 = 10$　　　$x=\sqrt{5}$

$x^2 = 5$　　　$CF=\sqrt{5}$ //

---

(2) $BP = y$ とおくと



△PFCの三平方の定理より

$PF^2 + FC^2 = PC^2$

$(\sqrt{5}-\sqrt{1+y^2})^2 + (\sqrt{5})^2 = (3-y)^2$

$5 - 2\sqrt{5(1+y^2)} + 1 + \cancel{y^2} + 5 = 9 - 6y + \cancel{y^2}$

$1+3y = \sqrt{5(1+y^2)}$　　両辺2乗

$1+6y+9y^2 = 5+5y^2$

$2y^2+3y-2 = 0$

$(y+2)(2y-1)=0$　　$y>0$より　$y = BP = \frac{1}{2}$ //

CP²を2通りで表し、等式にした。

$EP = \sqrt{1+y^2} = \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ //

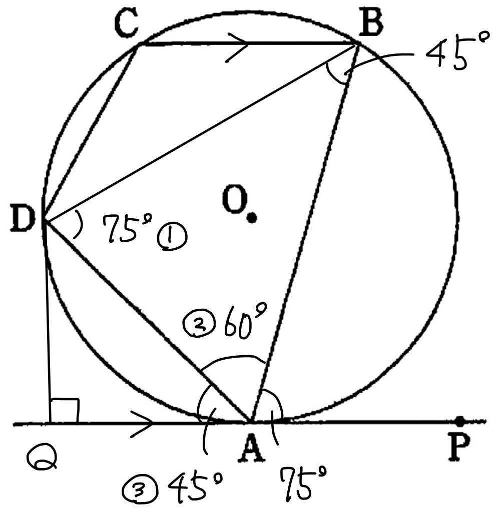
5.

図のように，円Oの周上に４点A，B，C，Dがあり，点Aを通る円Oの接線上に点Pをとる。円Oの半径が２cm，CB // AP，∠PAB=75°，∠ABD=45°のとき，

(1) AD= $\boxed{サ}$ cmである。

(2) △BCDの面積は $\boxed{シ}$ cm²である。

(3) 四角形ABCDの面積は $\boxed{ス}$ cm²である。



(1) △ABDで接弦定理より

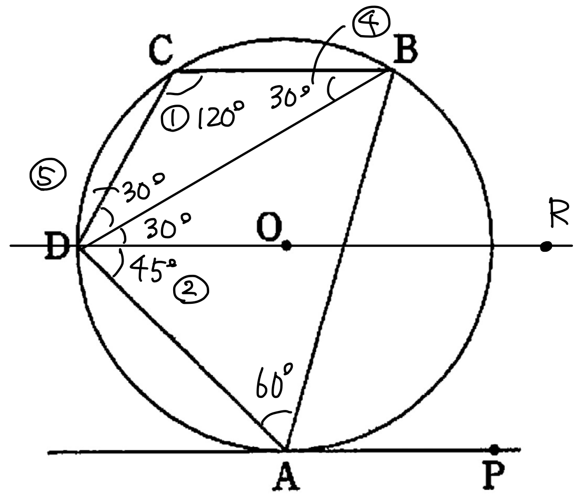
∠ADB = ∠BAP = 75° … ①

∠DAB = 180 − 75 − 45 = 60° … ②

DからAPに垂線を降ろし，Q とすると△DAQは 45°, 45°, 90°の直角三角形となり，

四角形ODQAは1辺2cmの正方形なので AQ = 半径 = 2cm

で 1 : 1 : $\sqrt{2}$ より $AD = 2\sqrt{2}$ cm //



(2) 内接四角形ABCDは対角の和は180°なので

∠BCD = 120° … ①

(1)で∠QAD = 45°で

Dを通るAPとの平行線の錯角より

∠RDA = ∠QAD = 45° … ②

∠BDR = ∠BDA − ∠RDA = 75 − 45 = 30° … ③

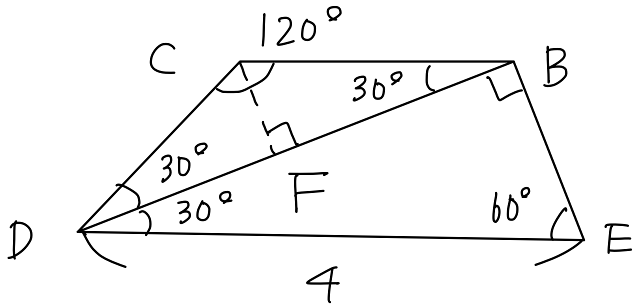
CB // DRの錯角は等しいので

∠CBD = ∠BDR = 30° … ④

△BCDで∠CDB = 180 − 120 − 30 = 30° … ⑤

→ 続き

(2) 続き



直角三角形 BDE を作ると $1:2:\sqrt{3}$ となり

$BE = 2$, $BD = 2\sqrt{3}$ となる。

$\triangle CFB$ で C から垂線を降ろし F とすると

$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形となり, $CF = BF \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$

$\therefore \triangle BCD = BD \times CF \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2} = \underline{\sqrt{3}}$ //

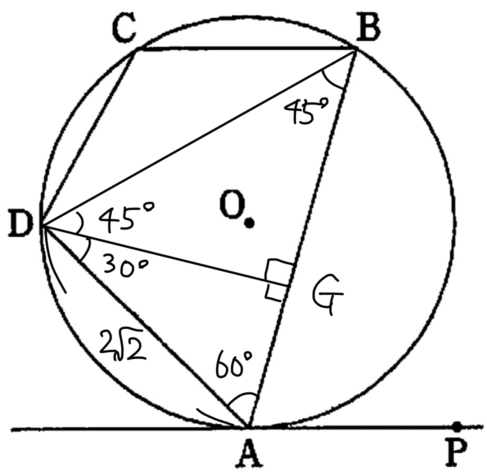
(別アプローチ)

$\triangle BCD$ は等積変形で $\triangle OBC$ となり

1辺 2cm の正三角形なので $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \underline{\sqrt{3}}$ //

---

(3)



四角形 ABCD

$= \triangle BCD + \triangle BDG + \triangle DGA$

① (1) より $AD = 2\sqrt{2}$ で $1:2:\sqrt{3}$ より

$AG = \sqrt{2}$, $DG = \sqrt{6}$ で

$\triangle DGA = AG \times DG \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$

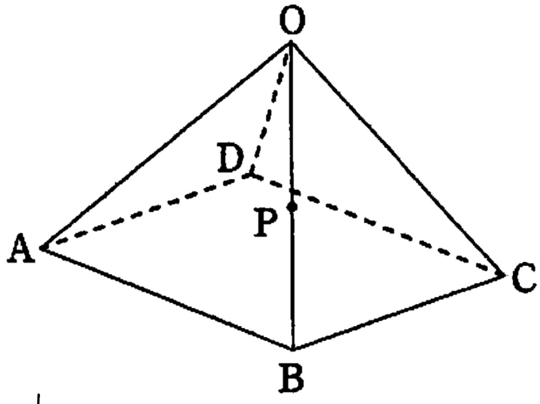
② $\triangle BDG = DG \times BG \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 3$

以上と (2) より

四角形 ABCD $= \underline{3 + 2\sqrt{3}}$ //

6.



図のように，１辺がすべて８㎝の正四角錐OABCDがあり，辺OBの中点をPとする。この正四角錐を３点A，D，Pを通る平面で切ったとき，

(1) 正四角錐OABCDの体積は $\boxed{セ}$ ㎤である。

(2) 切り口の図形の面積は $\boxed{ソ}$ ㎠である。

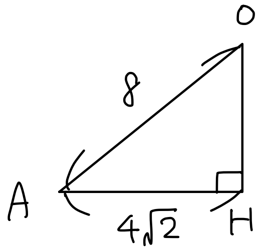
(3) ２つに分けた立体のうち，点Oを含む方の立体の体積は $\boxed{タ}$ ㎤である。

(1) 頂点Oからの高さをOHとする。

$$\text{体積} = \text{底面積 } ABCD \times \text{高さ } OH \times \frac{1}{3}$$

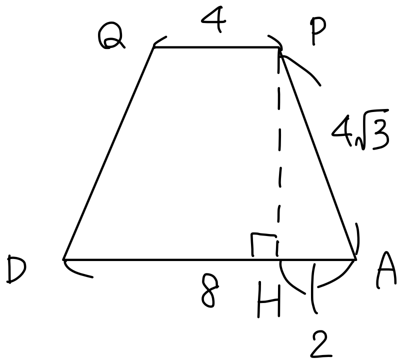
$$= 8 \times 8 \times \sqrt{8^2 - (4\sqrt{2})^2} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{256\sqrt{2}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$



---

(2)



・PAは△OABの高さなので $4\sqrt{3}$

・HAは $\frac{8-4}{2} = 2$

・$PH = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}$

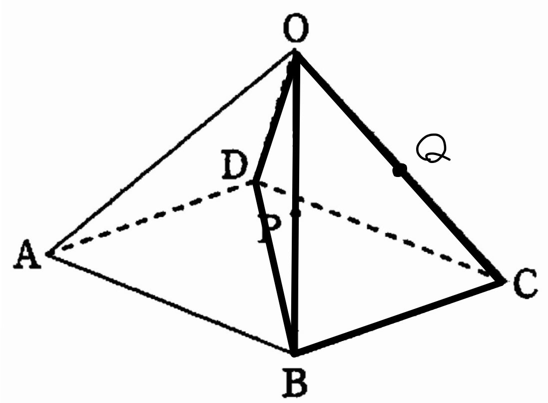
$$\text{四角形 } QPAD = (QP + DA) \times PH \times \frac{1}{2}$$

$$= (4 + 8) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2}$$

$$= 12\sqrt{11} \text{ (cm}^2\text{)}$$

---

(3)



$(O-APQD)$

$$= \underbrace{(D-OPQ)}_{①} + \underbrace{(P-OAD)}_{②}$$

(1)の O−ABCD を V とおくと

D−OPQ は △OBC ∽ △OPQ

より $2^2 : 1^2 = 4 : 1$ なので

D−OPQ は $\frac{1}{8}V$ …①

(3) の続き　$P-OAD = O-ABD \times \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2}V \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}V \quad \cdots ②$$

以上より

$$(O-APQD)$$

$$= \underbrace{(D-OPQ)}_{①} + \underbrace{(P-OAD)}_{②}$$

$$= \frac{1}{8}V + \frac{1}{4}V$$

$$= \frac{3}{8}V$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{256\sqrt{2}}{4} = \underline{32\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^3)}$$ //