高校入試過去問(　　滝　　)（R３)年数学

（１００点満点（ 60 ）分））

１．

⑴　$(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{21}+\sqrt{15})$ を計算せよ。

⑵　２次方程式 $x(x-3)=-1$ を解け。

⑶　２つのクラスＡ組，Ｂ組にはそれぞれ40名の生徒がいる。この２クラスを対象に10点満点のテストを行ったところ，Ａ組の生徒の点数の中央値は4.5点，Ｂ組の生徒の点数の中央値は５点であった。Ａ組とＢ組の生徒の点数について正しく記述されているものをすべて選べ。ただし，点数はすべて０以上の整数とする。

①　Ａ組の生徒の点数を高い方から順に並べたとき，20番目は５点で，21番目は４点である。

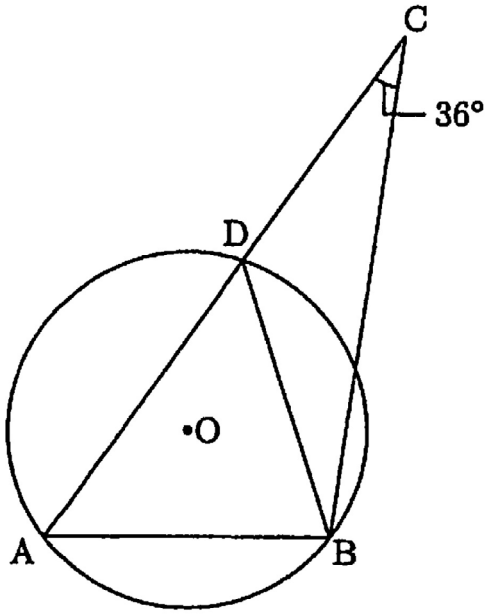
②　Ａ組の上位20名とＢ組の上位20名を入れ替えたとき，2クラスの中央値が変わらない場合があり得る。

③　Ｂ組40名の生徒に，Ａ組の生徒の中から最高点の生徒１名と最低点の生徒１名を加え，計42名の生徒の点数の平均値を計算したとき，最初のＢ組40名の生徒の点数の平均値よりも低くなる。

④　Ａ組の生徒の中で10点をとる生徒は多くても19名である。

(4)　1辺の長さ2の正八面体の体積を求めよ。

(5)　右の図のように，点Oを中心とする円周上に2点A，Bをとる。円の外の点Cに対して，線分ACと円との交点をDとする。BD＝CD，∠ACB＝36°のとき，∠AOBの大きさを求めよ。



2.

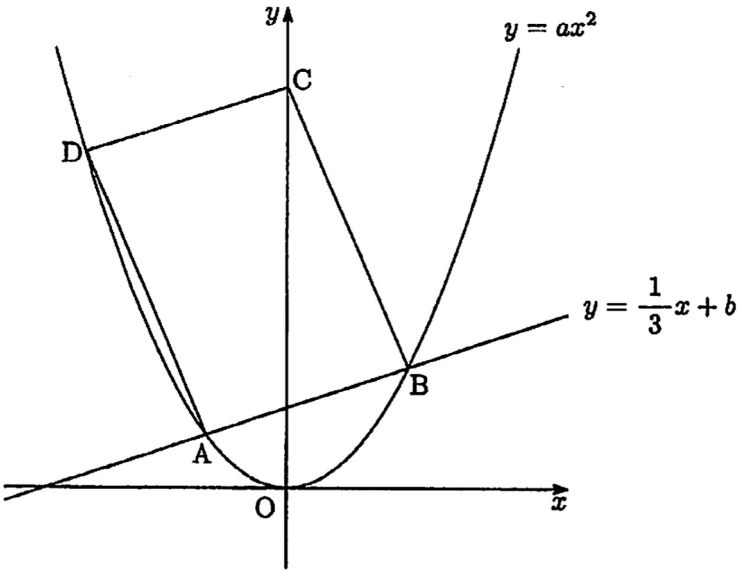
図のように，関数 $y = ax^2$ のグラフが関数 $y = \frac{1}{3}x + b$ のグラフと２点A，Bで交わっており，点Bの座標は（3，3）である。y 軸上の点Cと $y = ax^2$ 上の点Dを，四角形ABCDが平行四辺形になるようにとる。次の問いに答えよ。

(1) a，b の値をそれぞれ求めよ。

(2) 点Aの座標を求めよ。

(3) ２点C，Dの座標をそれぞれ求めよ。

(4) 平行四辺形ABCDの面積を求めよ。



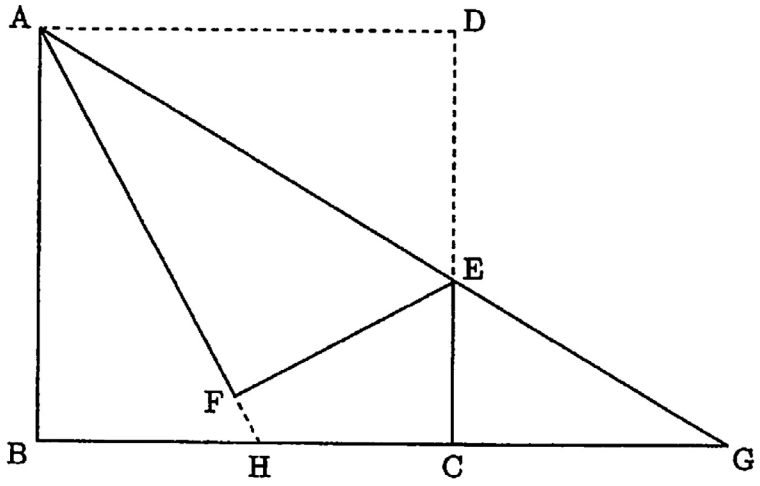
3.

図は，正方形ABCDを，辺CD上に点Ｅをとり，線分AEで折り返したものである。直線AEと直線BCの交点をＧ，直線AFと直線ＢＣの交点をＨとする。BH＝８，FH＝２のとき，次の問いに答えよ。

(1) 正方形ABCDの１辺の長さを求めよ。

(2) 線分GHの長さを求めよ。

(3) 線分AEの長さを求めよ。



4.

Ａ社ではある商品の価格を，次のように定めている。重さが100ｇ以下の場合は，重さに比例する金額とし，重さが100ｇを超えた場合は，100ｇの金額に，100ｇを超えた分の重さに比例する金額を加えた金額としている。Ａ社でこの商品を112ｇ購入したときの価格は8,880円で，134ｇ購入したときの価格は14,160円であった。このとき，次の問いに答えよ。

(1) この商品の重さ100ｇの価格を求めよ。

(2) この商品の価格が18,000円となるのは，何ｇ購入したときか求めよ。

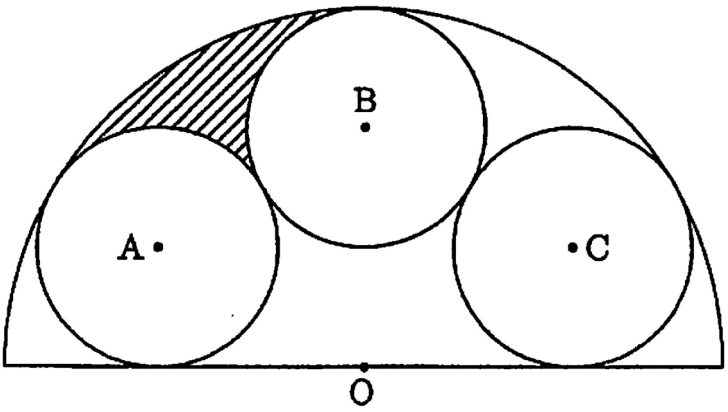
(3) Ｂ社でもこの商品を販売しており，Ｂ社ではこの商品の価格を，常に重さの２乗に比例する金額と決めていて，100ｇ購入したときの価格は7,500円であった。この商品を購入するとき，Ａ社とＢ社の価格が同じになるのは何ｇのときかすべて求めよ。

5.

図のように，半径$3\sqrt{6}$の半円Oの内部に，半径が等しい３つの円A，B，Cがある。円A，B，Cは半円の弧と接しており，円A，Cは半円の直径とも接している。また，円Aと円B，円Bと円Cは互いに接している。このとき，次の問いに答えよ。

(1) △OABの面積を求めよ。

(2) 下の図の斜線部分の面積を求めよ。



6.

1から6までの目が等しい確率で出るサイコロX，Y，Z，Wをそれぞれこの順に1回ずつ投げ，出た目によって a，b，c，d を以下のように定める。

a：サイコロXの出た目の数

b：サイコロYの出た目の数が奇数ならば3，偶数ならば2

c：サイコロZの出た目の数

d：サイコロWの出た目の数が素数ならば $b+1$，素数でなければ $-b$

この a，b，c，d に対して，x の方程式 $a+bx=c+dx$ …①を考える。次の問いに答えよ。

(1) サイコロX，Y，Z，Wの出た目の数がそれぞれ4，5，2，4であるとき，方程式①を解け。

(2) 方程式①の解が $x=0$ となる確率を求めよ。

(3) 方程式①の解が $x=4$ となる確率を求めよ。

高校入試過去問(　　滝　　)（R３)年数学

（１００点満点（ 60 ）分））

1．

(1)　$(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{21}+\sqrt{15})$ を計算せよ。

$= (\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}\times\sqrt{3}+\sqrt{5}\times\sqrt{3})$　$\sqrt{3}$が共通因数

$= (\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})\times\sqrt{3}$

$= \sqrt{3}\{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2\} = \sqrt{3}(7-5)$

$= 2\sqrt{3}$ //

Point

一見複雑そうな問題は共通因数がPoint であることが多い！

(2)　２次方程式 $x(x-3)=-1$ を解け。

$x^2-3x+1=0$

$x = \dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times1}}{2\times1} = \dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ //

(3)　２つのクラスＡ組，Ｂ組にはそれぞれ40名の生徒がいる。この２クラスを対象に10点満点のテストを行ったところ，Ａ組の生徒の点数の中央値は4.5点，Ｂ組の生徒の点数の中央値は５点であった。Ａ組とＢ組の生徒の点数について正しく記述されているものをすべて選べ。ただし，点数はすべて０以上の整数とする。

①　Ａ組の生徒の点数を高い方から順に並べたとき，20番目は５点で，21番目は４点である。

②　Ａ組の上位20名とＢ組の上位20名を入れ替えたとき，2クラスの中央値が変わらない場合があり得る。

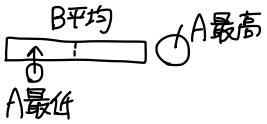
③　Ｂ組40名の生徒に，Ａ組の生徒の中から最高点の生徒１名と最低点の生徒１名を加え，計42名の生徒の点数の平均値を計算したとき，最初のＢ組40名の生徒の点数の平均値よりも低くなる。

④　Ａ組の生徒の中で10点をとる生徒は多くても19名である。

各組の中央は 20・21番目 でその平均が 中央値

①　20番目を 5点，21番目を x とすると $\dfrac{5+x}{2}=4.5$ → $x=4$ となり 21番目の方が小さくなり 不適。×

②　高得点から 20番目が 同じ場合，あり得る。○

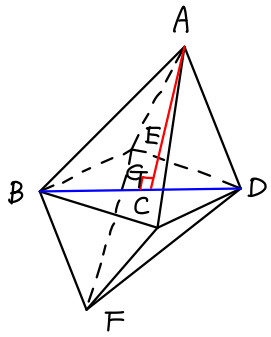
③　 

のように加わると，平均点は 上がるので ×

④　A組 20人が 10点の場合，上位 21番目が 0でも 中央値は 5となり 4.5にならない。
よって 20番目が 10点では 成立しない。○

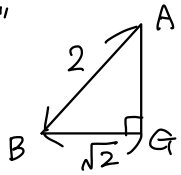
②・④ //

(4)　1辺の長さ2の正八面体の体積を求めよ。



◎ BD＝1辺2の正方形BCDEの対角線なので $2\sqrt{2}$

◎ △ABDで頂点Aからの垂線との交点をGとすると
△ABGで



なので $AG=\sqrt{2}$

◎ 正八面体の体積は　立体A－BCDE

底面BCDE × 高さAG × $\frac{1}{3}$ × 2　← 下半分もある。

$= 2\times2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{3}\times2 = \frac{8}{3}\sqrt{2}$ //

Point

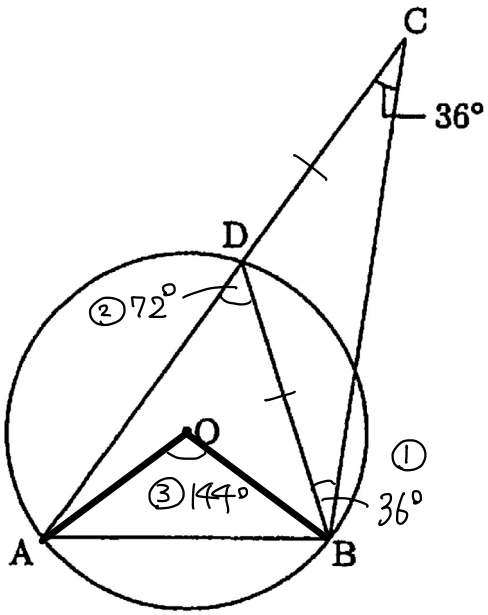
体積 ＝ 底面積 × 高さ

↑　↑

これらの辺の長さを求める！

そのための 切断面△ABD

(5)　右の図のように，点Oを中心とする円周上に2点A，Bをとる。円の外の点Cに対して，線分ACと円との交点をDとする。BD＝CD，∠ACB＝36°のとき，∠AOBの大きさを求めよ。



① BD＝CDより△DBCの2つの底角が等しくなって
∠DBC＝∠DCB＝36°

② △DBCで外角の性質より
∠ADB＝∠DCB＋∠DBC＝72°

③ ∠AOBは $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角であり
その円周角∠ADBの2倍の大きさとなる。
∴ ∠AOB＝72°×2＝144° //

Point

図形の性質は
教科書のうら表紙などで
おさえて使えるように
しておこう！

2.

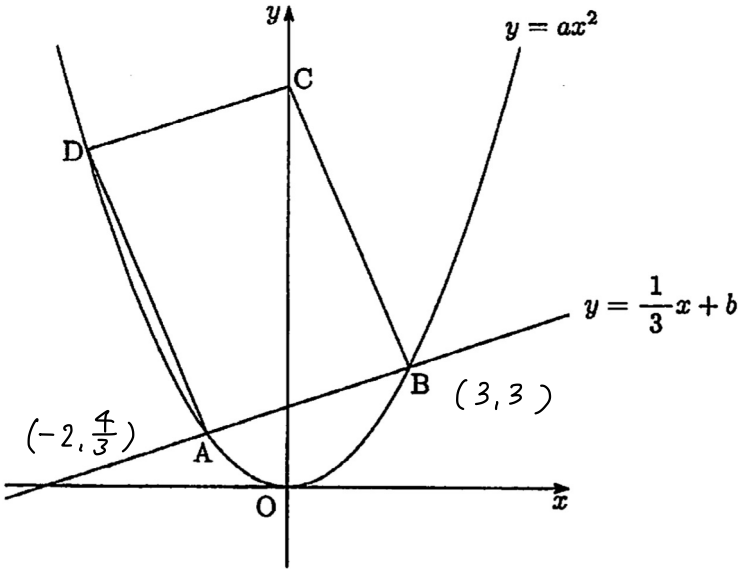
図のように，関数 $y = ax^2$ のグラフが関数 $y = \frac{1}{3}x + b$ のグラフと２点A，Bで交わっており，点Bの座標は（3，3）である。y 軸上の点Cと $y = ax^2$ 上の点Dを，四角形ABCDが平行四辺形になるようにとる。次の問いに答えよ。

(1) a，b の値をそれぞれ求めよ。

(2) 点Aの座標を求めよ。

(3) ２点C，Dの座標をそれぞれ求めよ。

(4) 平行四辺形ABCDの面積を求めよ。



(1) B(3,3) が $y=ax^2$ 上なので

$3=9a \rightarrow a=\frac{1}{3}$ //

B(3,3) が $y=\frac{1}{3}x+b$ 上なので

$3=\frac{1}{3}\times 3+b \rightarrow b=2$ //

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=\frac{1}{3}x+2$ の交点のうち x 座標が負のときが A である。

$\begin{cases} y=\frac{1}{3}x^2 \\ y=\frac{1}{3}x+2 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{3}x^2=\frac{1}{3}x+2$

$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$

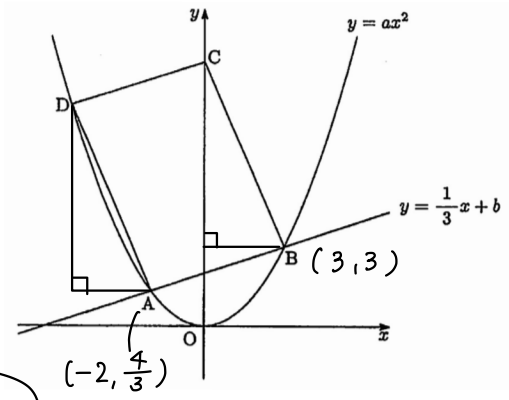
$x=3,-2$

$A(-2,\frac{4}{3})$ //

(3) 2つの直角三角形は合同なので

Dの x 座標は、$-2-3=-5$

$\therefore D(-5,\frac{25}{3})$ //

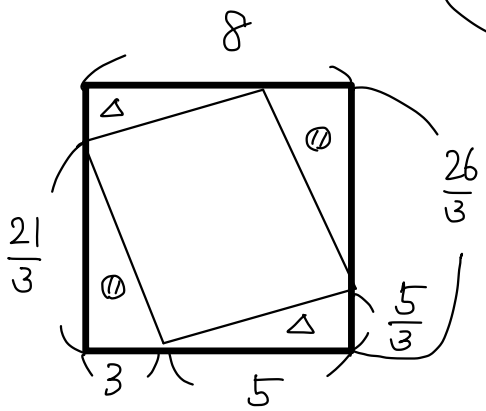


$C(0,\frac{25}{3}+(3-\frac{4}{3}))=C(0,\frac{30}{3})$

$=C(0,10)$ //

$3-\frac{4}{3}$ は、BとAの y 座標の差

(4)



$8\times\frac{26}{3}-(3\times\frac{21}{3}\times\frac{1}{2}\times 2)-(5\times\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}\times 2)$

$=\frac{208}{3}-\frac{63}{3}-\frac{25}{3}=40$ //

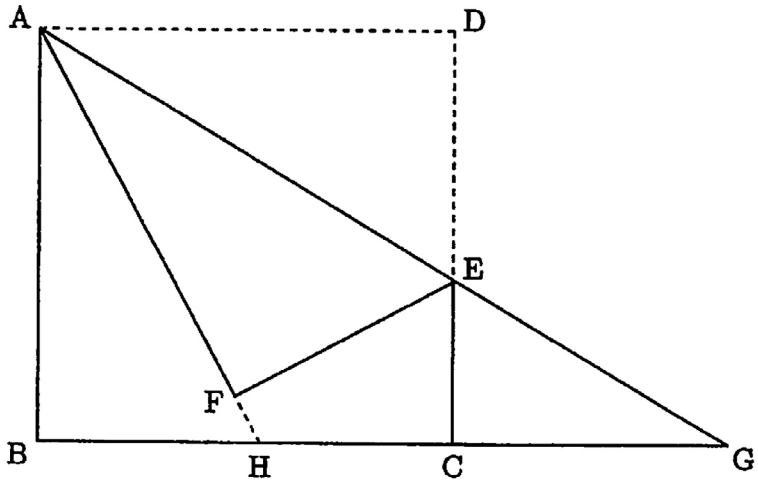
3.

図は，正方形ABCDを，辺CD上に点Eをとり，線分AEで折り返したものである。直線AEと直線BCの交点をG，直線AFと直線BCの交点をHとする。BH＝8，FH＝2のとき，次の問いに答えよ。

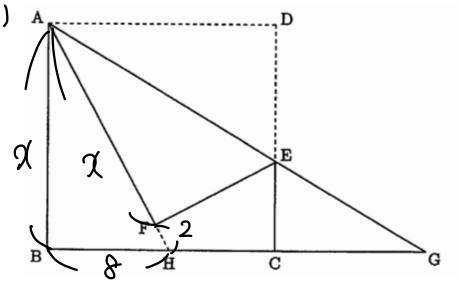
(1) 正方形ABCDの１辺の長さを求めよ。

(2) 線分GHの長さを求めよ。

(3) 線分AEの長さを求めよ。



(1)



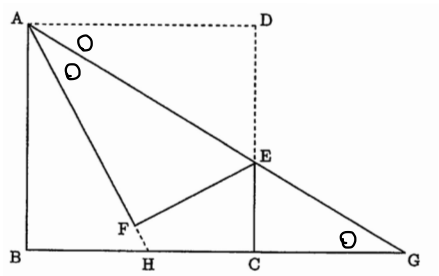
1辺の長さを x とすると、△ABHで
三平方の定理を用いて、

$AH^2 = AB^2 + BH^2$

$(x+2)^2 = x^2 + 8^2$

↳ 解くと $x = 15$ 　15 //

(2)



△AHGは HA＝HG の
二等辺三角形となる。

∵ ∠DAE ＝ ∠EGC（AD//BCの錯角）
∠DAE ＝ ∠FAE（図形折り返し）
∴ ∠EGC ＝ ∠FAE で 2つの底角が
等しくなる。

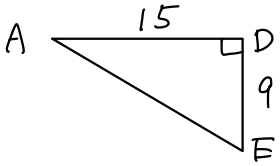
∴ $GH = AH = AF + FH$
$= 15 + 2 = 17$ //

(3) △ADEと△GCEで

$DE : CE = AD : GC$
$= 15 : 10 = 3 : 2$

∵ $GC = HG - (BC - BH)$
$= 17 - (15 - 8) = 10$

∴ $DE = 15 \times \frac{3}{5} = 9$



$AE = \sqrt{15^2 + 9^2}$
$= \sqrt{306}$
$= 3\sqrt{34}$ //

折り返し問題は、
◎ 等しい角の発見
による新たな三角形
への視点変更が
不可欠！

4.

A社ではある商品の価格を，次のように定めている。重さが100ｇ以下の場合は，重さに比例する金額とし，重さが100ｇを超えた場合は，100ｇの金額に，100ｇを超えた分の重さに比例する金額を加えた金額としている。A社でこの商品を112ｇ購入したときの価格は8,880円で，134ｇ購入したときの価格は14,160円であった。このとき，次の問いに答えよ。 ③ ① ②

(1) この商品の重さ100ｇの価格を求めよ。

(2) この商品の価格が18,000円となるのは，何ｇ購入したときか求めよ。

(3) B社でもこの商品を販売しており，B社ではこの商品の価格を，常に重さの２乗に比例する金額と決めていて，100ｇ購入したときの価格は7,500円であった。この商品を購入するとき，A社とB社の価格が同じになるのは何ｇのときかすべて求めよ。

(1) x … 100gの価格　a … 比例定数
y … 購入価格　t … 重さ
とすると，$y = x + a(t-100)$ となる。

問題文 ①より $t=112,\ y=8880$
②より $t=134,\ y=14160$
を代入し
$8880 = x + 12a$
$14160 = x + 34a$
$\Leftrightarrow a = 240$
代入
$x = 6000$

以上より 100gの価格は，6000円 //

(2) (1)を整理すると $y = 6000 + 240(t-100)$
$y=18000$ を代入し $18000 = 6000 + 240t - 24000$
$240t = 36000$　$t = 150$　150g //

(3) B社の場合　比例定数を a_B とすると，$y = a_B t^2$ となる。
$t=100,\ y=7500$ を代入し，$7500 = a_B(100)^2$
$a_B = \frac{3}{4}$　$\therefore\ y = \frac{3}{4}t^2$

(i) 100g以下の場合
A社 … 問題文③ と 比例定数を a_A と (1)より
$y=6000,\ t=100$ を代入し　$6000 = a_A \times 100 \rightarrow a_A = 60$　$\therefore\ y = 60t$
価格がA社 = B社 なので
$60t = \frac{3}{4}t^2$ を解いて，$t(t-80)=0$　$\boxed{80g}$

(ii) 100g以上の場合　(2)より A社 $= 6000 + 240(t-100)$
$= 240t - 18000$
$\therefore\ 240t - 18000 = \frac{3}{4}t^2$ を解いて，$(t-200)(t-120)=0$
$t = 120,\ 200$　120g，200g

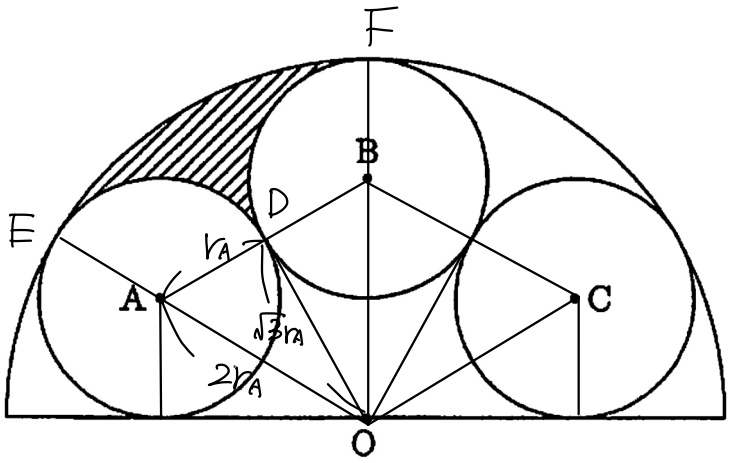
以上より 80g，120g，200g //

5.

図のように，半径$3\sqrt{6}$の半円Oの内部に，半径が等しい3つの円A，B，Cがある。円A，B，Cは半円の弧と接しており，円A，Cは半円の直径とも接している。また，円Aと円B，円Bと円Cは互いに接している。このとき，次の問いに答えよ。

(1) △OABの面積を求めよ。

(2) 下の図の斜線部分の面積を求めよ。



(1) 1つ1つの三角形は直角三角形なので△AOEは

DA : AO : OD = 1 : 2 : $\sqrt{3}$ 。

円Aの半径をr_Aとすると，

OE = $3\sqrt{6}$ より

EA = OE − AO

$r_A = 3\sqrt{6} - 2r_A$

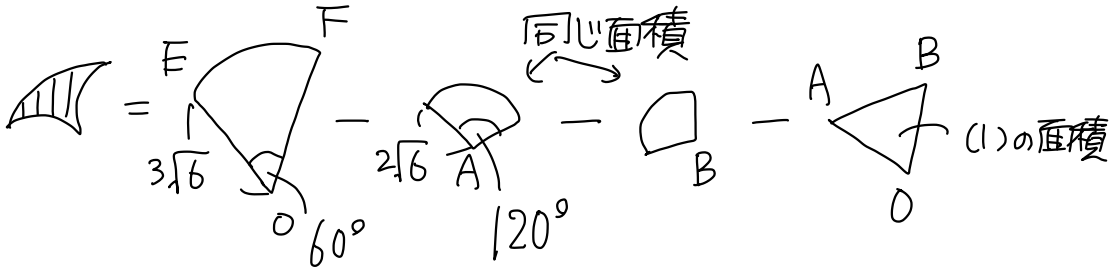
$r_A = \sqrt{6}$ となる。

$\therefore$ △OAB = △OAD × 2 = DA × OD × $\frac{1}{2}$ × 2

$= r_A \times \sqrt{3}r_A \times \frac{1}{2} \times 2$

$= \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{2} \times 2 = 6\sqrt{3}$ //

(2)



$= \pi(3\sqrt{6})^2 \times \frac{60}{360} - \left(\pi(2\sqrt{6})^2 \times \frac{120}{360}\right) \times 2 - 6\sqrt{3}$

$= 9\pi - 4\pi - 6\sqrt{3} = 5\pi - 6\sqrt{3}$ //

Point

◎ 予想は大事！
△OABは正三角形かな？

◎ 半径と接線は
垂直に交わるから
直角三角形を使うかな？

6.

1から6までの目が等しい確率で出るサイコロX，Y，Z，Wをそれぞれこの順に1回ずつ投げ，出た目によって a，b，c，d を以下のように定める。

a：サイコロXの出た目の数

b：サイコロYの出た目の数が奇数ならば3，偶数ならば2

c：サイコロZの出た目の数

d：サイコロWの出た目の数が素数ならば $b+1$，素数でなければ $-b$

この a，b，c，d に対して，x の方程式 $a+bx=c+dx$ …①を考える。次の問いに答えよ。

(1) サイコロX，Y，Z，Wの出た目の数がそれぞれ4，5，2，4であるとき，方程式①を解け。

(2) 方程式①の解が $x=0$ となる確率を求めよ。

(3) 方程式①の解が $x=4$ となる確率を求めよ。

(1) X=4のとき $a=4$

Y=5は奇数なので $b=3$

Z=2のとき $c=2$

W=4は素数ではないので $d=-b$
$=-3$

$a+bx=c+dx$ に代入して

$4+3x=2-3x$

$6x=-2$

$x=-\frac{1}{3}$ //

(2) $(b-d)x=c-a$

$x=\frac{c-a}{b-d}=0$ は $c=a$ のときなので $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ //

(3) $x=4$ のとき $a+4b=c+4d$

$4b-4d=c-a$

$4(b-d)=c-a$

つまり $c-a$ が $b-d$ の4倍のとき解は $x=4$ となる。

(i) d：素数のとき（d=2,3,5のとき）

$b-d=b-(b+1)=-1$ となり

bは1〜6どれでも−1となる。

$3\times6=18$通り

2,3,5の3通り　1〜6の6通り

そのとき $c-a=4\times(-1)=-4$

となるのは $(a,c)=(1,5),(2,6)$ の2通り

以上から(i)では $18\times2=36$通り

(ii) d：素数でないとき（d=1,4,6）

$b-d=b-(-b)=2b$

○ Yが奇数のとき

$4(b-d)=4\times2b$
$=4\times6$
$=24$

$c-a=24$ となる

a,cは存在しない。

○ Yが偶数のとき

$4(b-d)=4\times4$
$=16$

$c-a=16$ となる

a,cは存在しない。

(i)(ii)より a,b,c,dの出目の総数が 6^4 通りなので $\frac{36}{6^4}=\frac{1}{36}$ //