高校入試過去問(　滝 高校　)（R2）年数学

１００点満点（60）分

１．

---

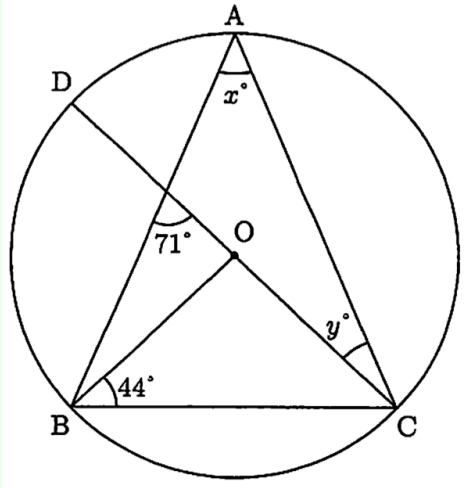
(1)　$x=\frac{3}{2}$，$y=-\frac{1}{9}$ のとき，$6xy^2\div(-3xy)^3\times\left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^2$ の値を求めよ。

(2)　$a^3-a^2b+2b^2-2a^2$ を因数分解せよ。

(3)　２次方程式　$(2x+1)(3x-1)-37x-29=0$　を解け。

⑷　1，2，3，4の数字が書かれたカードが1枚ずつある。これらのカードから続けて2枚を引き，1枚目の数字を十の位，2枚目の数字を一の位として2桁の整数を作る。このとき，できた数字が素数になる確率を求めよ。ただし，引いたカードは戻さないものとする。

⑸　下図でA，B，C，Dは円周上の点，Oは円の中心，CDは円Oの直径である。このとき，x，yの値を求めよ。



2.

ある動物園の入場料は大人600円，子供400円である。また，大人と子供の合計で30人以上のグループには，グループ割引で入場料が大人も子供も20%引きになる。今，大人と子供あわせて29人のグループがこの動物園に行く計画を立てていたところ，当日に子供が５人増えたのでグループ割引が適用できて，入場料は計画を立てたときより1000円安くなった。計画時点での大人の人数を x 人，子供の人数を y 人として，次の各問いに答えよ。

(1) x と y についての連立方程式を作れ。

(2) (1)を解いて，x，y の値を求めよ。

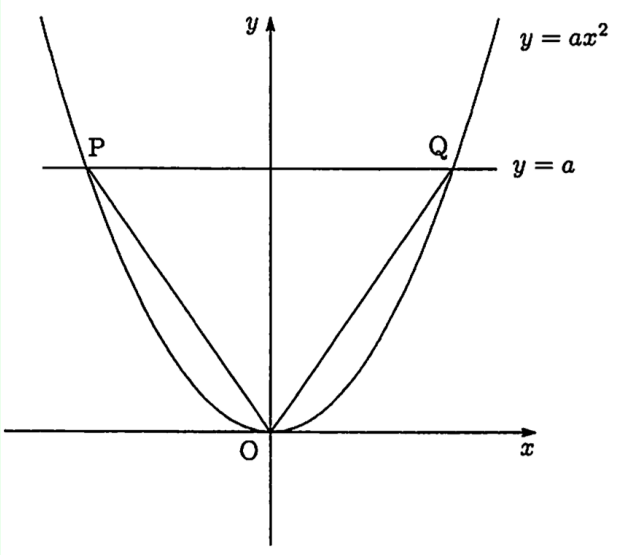
3.

a は正の定数とする。放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = a$ の交点をP，Qとする。ただし，点Pの x 座標は負である。△OPQが正三角形になるとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 点Qを通り，△OPQの面積を2等分する直線 ℓ の方程式を求めよ。

(3) (2)の直線 ℓ と x 軸の交点をRとする。△OQRを直線 ℓ の周りに1回転させてできる回転体の体積を求めよ。



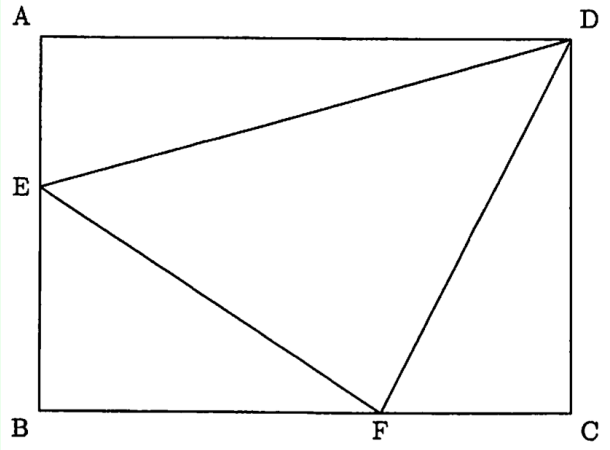
4.

AB＝a，BC＝$a+6$ の長方形ABCDがある。辺AB上にAE＝6，辺BC上にCF＝6 となる点E，Fをとる。ただし，$a>6$ とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) △EBFの面積を a を用いて表せ。

(2) △DEFの面積が38のとき，a の値を求めよ。

(3) (2)のとき，DEの中点をGとおく。FGの延長が辺ADと交わる点をHとするとき，AHの長さを求めよ。



5.

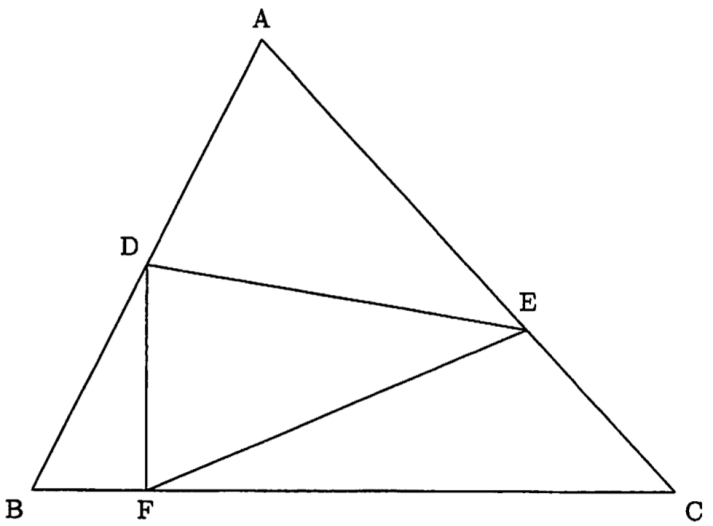
△ＡＢＣの頂点ＡをＤＥで折り返し，辺ＢＣ上の点Ｆに重ねる。∠Ａ＝75°，ＤＦ⊥ＢＣ，ＡＤ＝$\sqrt{3}$，ＢＦ＝１ とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) ∠EFCの大きさを求めよ。

(2) ∠ACBの大きさを求めよ。

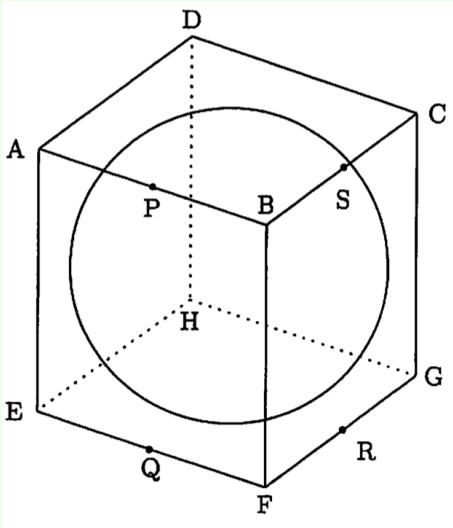
(3) BCの長さを求めよ。

(4) AEの長さを求めよ。



6.

1辺の長さが8の立方体ABCD－EFGHに球が内接している。AB，EF，FG，BCの中点をそれぞれP，Q，R，Sとする。このとき，次の各問いに答えよ。



(1)　3点A，C，Fを通る平面で球を切ったとき，切り口の円の面積を求めよ。

(2)　4点P，Q，R，Sを通る平面で球を切ったとき，切り口の円の面積を求めよ。

高校入試過去問(　滝 高校　)（R2）年数学

１００点満点（60）分

1．

(1)　$x=\frac{3}{2}$，$y=-\frac{1}{9}$ のとき，$6xy^2\div(-3xy)^3\times\left(-\frac{3}{2}x^2y\right)^2$ の値を求めよ。

$6xy^2\div(-27x^3y^3)\times\frac{9}{4}x^4y^2$

$=\dfrac{6xy^2\times 9x^4y^2}{(-27x^3y^3)\times 4}$

$=-\frac{1}{2}x^2y$　　に $x=\frac{3}{2}$，$y=-\frac{1}{9}$ を代入。

$-\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{9}\right)$

$=-\frac{1}{2}\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{9}\right)$

$=\frac{1}{8}$ //

(2)　$a^3-a^2b+2b^2-2a^2$ を因数分解せよ。

$=a^2(a-b)+2(b^2-a^2)$

$=a^2(a-b)+2(b+a)(b-a)$　　$b-a=-(a-b)$

$=a^2(a-b)-2(a+b)(a-b)$

$a-b=M$ とおく。

$a^2M-2(a+b)M$

$=M(a^2-2(a+b))$

$=(a-b)(a^2-2a-2b)$ //

共通因数　$a-b$
を作るために，
-1 を（　）の外へ！

(3)　２次方程式　$(2x+1)(3x-1)-37x-29=0$　を解け。

$6x^2-2x+3x-1-37x-29=0$

$6x^2-36x-30=0$

$x^2-6x-5=0$

$x=3\pm\sqrt{14}$ //

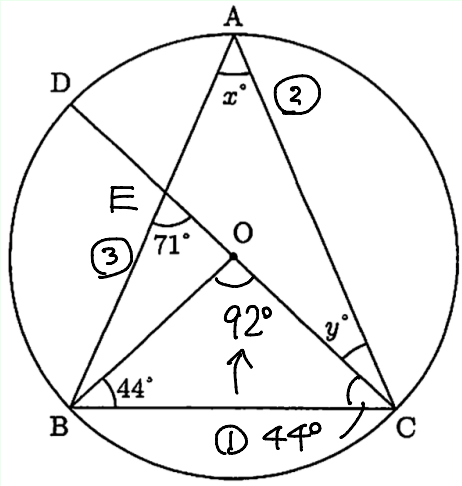
(4)　1，2，3，4の数字が書かれたカードが1枚ずつある。これらのカードから続けて2枚を引き，1枚目の数字を十の位，2枚目の数字を一の位として2桁の整数を作る。このとき，できた数字が素数になる確率を求めよ。ただし，引いたカードは戻さないものとする。

できる2桁の数は、

12 ×	21 ×	31 ○	41 ○	$\frac{5}{12}$
13 ○	23 ○	32 ×	42 ×	
14 ×	24 ×	34 ×	43 ○	

---

(5)　下図でA，B，C，Dは円周上の点，Oは円の中心，CDは円Oの直径である。このとき，x，yの値を求めよ。



① ∠OCB = 44°
より ∠BOC = 92°　（OB = OC の二等辺三角形）

② ∠BAC = x = 46°　（$\overset{\frown}{BC}$の中心角の$\frac{1}{2}$）

③ ∠BEC = $x + y$
71° = 46° + y
y = 25°

∠x = 46°
∠y = 25°

円の問題　よく使う図形

- 二等辺三角形　（半径で作られる）
- 直角三角形　（直径を含む）

2.

ある動物園の入場料は大人600円，子供400円である。また，大人と子供の合計で30人以上のグループには，グループ割引で入場料が大人も子供も20%引きになる。今，大人と子供あわせて29人のグループがこの動物園に行く計画を立てていたところ，当日に子供が５人増えたのでグループ割引が適用できて，入場料は計画を立てたときより1000円安くなった。計画時点での大人の人数を x 人，子供の人数を y 人として，次の各問いに答えよ。

(1) x と y についての連立方程式を作れ。

(2) (1)を解いて，x，y の値を求めよ。

(1)

大人	子供
x人	y人

計画時点の費用

$600x + 400y$ (円)

＋ 子供 5人

当日 … 大人，子供 80%料金

$$600x \times \frac{80}{100} + 400(y+5) \times \frac{80}{100} = (600x + 400y) - 1000$$

$$480x + 320(y+5) = 600x + 400y - 1000$$

$$120x + 80y = 2600 \quad \div 40$$

$$3x + 2y = 65$$

$$\begin{cases} x + y = 29 & \cdots ① \\ 3x + 2y = 65 & \cdots ② \end{cases}$$

(2) ① × 2 − ②

$$\begin{array}{rl} & 2x + 2y = 58 \\ -) & 3x + 2y = 65 \\ \hline & -x \quad = -7 \end{array}$$

$$x = 7$$

① に代入して $y = 22$

$\therefore (x, y) = (7, 22)$ //

Point

情報を自分でわかりやすいように，素早くまとめられるようになろう！

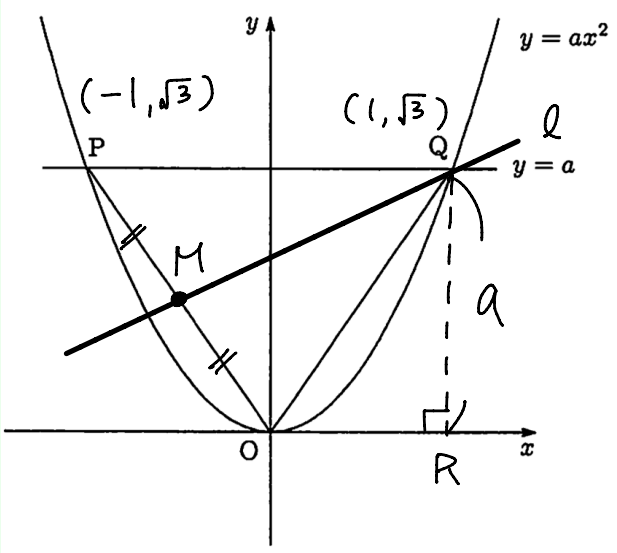
3.

a は正の定数とする。放物線 $y=ax^2$ と直線 $y=a$ の交点をP，Qとする。ただし，点Pの x 座標は負である。△OPQが正三角形になるとき，次の各問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 点Qを通り，△OPQの面積を2等分する直線 ℓ の方程式を求めよ。

(3) (2)の直線 ℓ と x 軸の交点をRとする。△OQRを直線 ℓ の周りに1回転させてできる回転体の体積を求めよ。



(1) △OPQが正三角形になるので

△ORQは $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形なので $Q\left(\frac{a}{\sqrt{3}}, a\right)$

Qは $y=ax^2$ 上の点なので

$x=\frac{a}{\sqrt{3}}$，$y=a$ を代入し

$a=a\times\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2$

$a>0$ より両辺÷a

$\frac{a^2}{3}=1$　$a=\sqrt{3}$ //

Point

(2)

求める直線 ℓ は，PQの中点とQを通る直線

(2) $O(0,0)$，$P(-1,\sqrt{3})$ より

中点Mは $\left(\frac{0+(-1)}{2}, \frac{0+\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

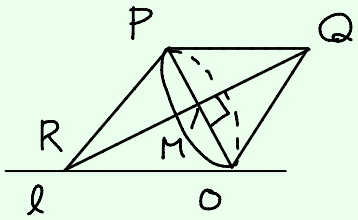
$Q(1,\sqrt{3})$ なので　2点を通る直線の傾きは，

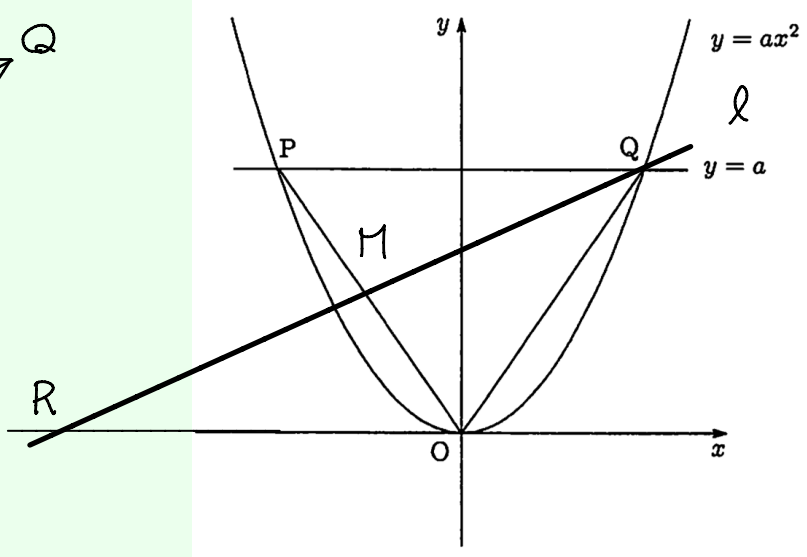
$$\frac{\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$$

$(1,\sqrt{3})$ を代入し　$\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}+b$　$b=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{8\sqrt{3}}{3}$ //

(3) (2)の直線 ℓ と x 軸の交点をRとする。△OQRを直線 ℓ の周りに1回転させてできる回転体の体積を求めよ。





元の図だと
RQ ⊥ OP に
気づきづらい。
仮定「OPQは
正三角形」を
確認！

◎ できる回転体は、1:2:√3の直角三角形
OMQを ℓ 周りで回転させた円錐
2つ分の体積となる。

◎ △OPQは1辺2cmの正三角形なので

円錐OPQ $= OM^2 \times \pi \times MQ \times \frac{1}{3}$

$= 1^2 \times \pi \times \sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ →

これが2つ分なので $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ //

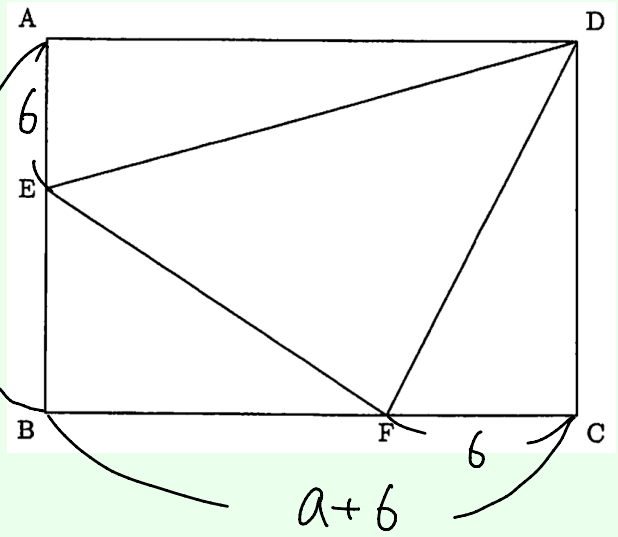
4.

AB＝a，BC＝$a+6$ の長方形ABCDがある。辺AB上にAE＝6，辺BC上にCF＝6 となる点E，Fをとる。ただし，$a>6$ とする。このとき，次の各問いに答えよ。

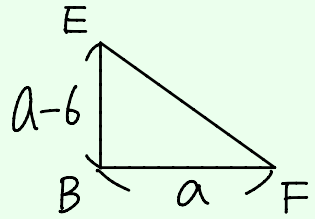
(1) △EBFの面積を a を用いて表せ。

(2) △DEFの面積が38のとき，a の値を求めよ。

(3) (2)のとき，DEの中点をGとおく。FGの延長が辺ADと交わる点をHとするとき，AHの長さを求めよ。



(1)



$\therefore \triangle EBF = a\times(a-6)\times\frac{1}{2}$

$= \frac{a(a-6)}{2}$

(2) $\triangle DEF =$ 四角形ABCD $- \triangle EBF - \triangle AED - \triangle DFC$

$= a(a+6) - \frac{a(a-6)}{2} - \frac{6(a+6)}{2} - \frac{6a}{2}$

$= a^2+6a-\frac{a^2}{2}+3a-3a-18-3a$

$= \frac{1}{2}a^2+3a-18$

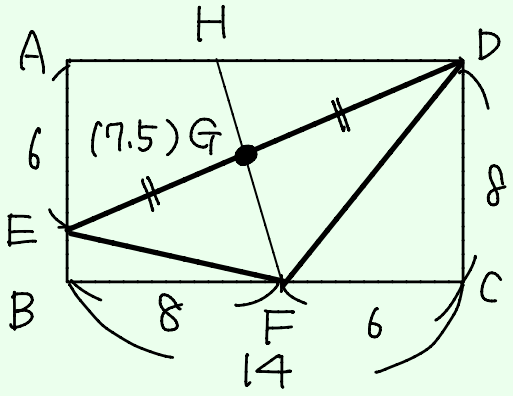
$38 = \frac{1}{2}a^2+3a-18$ を解く。

$a^2+6a-112=0$

$(a+14)(a-8)=0$

$a=8, -14$　　$a>6$ より $a=8$ //

(3) (2)のとき，DEの中点をGとおく。FGの延長が辺ADと交わる点をHとするとき，AHの長さを求めよ。



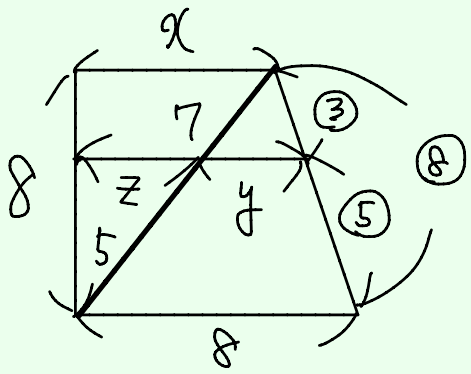
Point

与えられた図を
かき直すと考えやすい！

Bを原点としたグラフで考える。

B(0,0)，A(0,8)，E(0,2)，F(8,0)，D(14,8)

EDの中点 $G\left(\frac{0+14}{2}, \frac{2+8}{2}\right) = G(7,5)$



◎ $8:3 = 8:y$

$y = 3$ より $z = 4$

◎ $8:5 = x:4$

$x = \frac{32}{5}$

$AH = \frac{32}{5}$ //

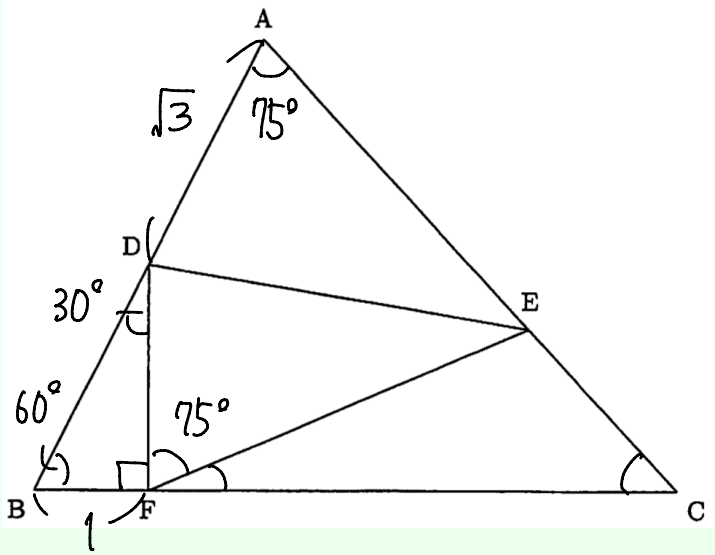
Point

座標を用いると，
長さを求めやすい
場合がある。

5.

△ABCの頂点AをDEで折り返し，辺BC上の点Fに重ねる。∠A＝75°，DF⊥BC，AD＝$\sqrt{3}$，BF＝1 とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) ∠EFCの大きさを求めよ。
(2) ∠ACBの大きさを求めよ。
(3) BCの長さを求めよ。
(4) AEの長さを求めよ。

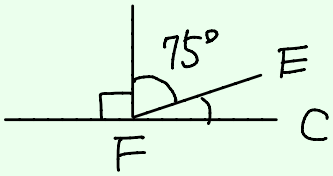


(1) 折り返したので

DF＝AD＝$\sqrt{3}$

△BDFが 1:2:$\sqrt{3}$ の直角三角形になるので

∠B＝60°，∠BDF＝30°



∴ ∠EFC＝180－75－90＝15°

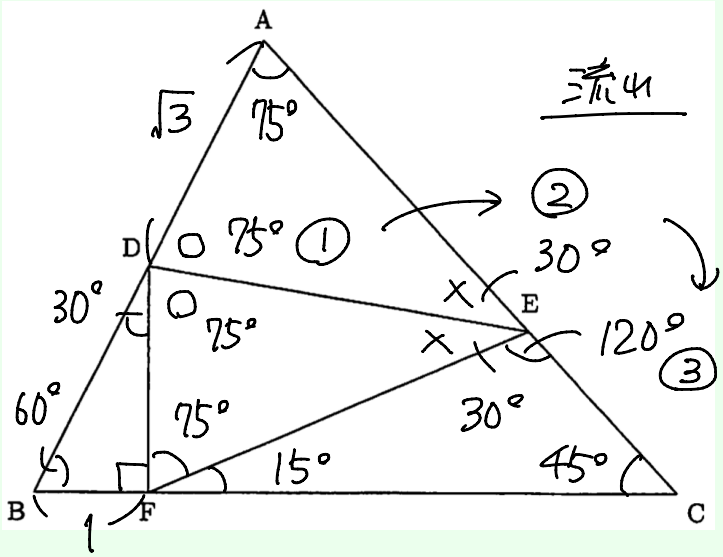
(2) 折り返すので ∠ADE＝∠FDE＝$\frac{180-30}{2}$＝75°＝○

X＝30°より

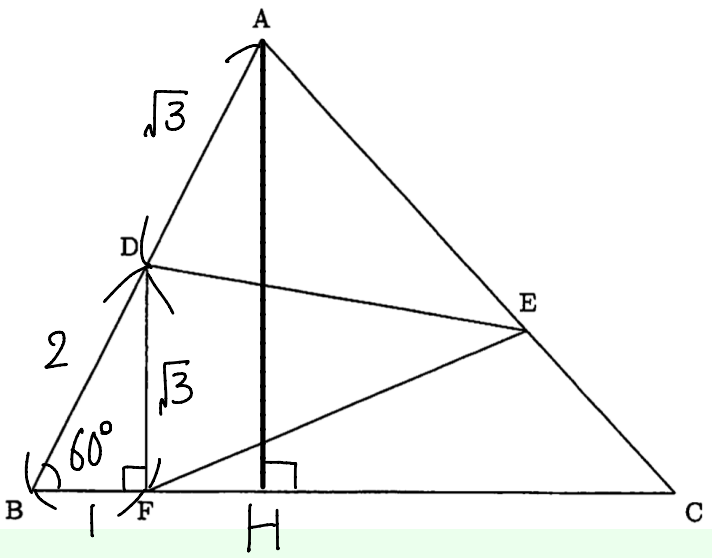
∠FEC＝120°

∴ △FECで

180－120－15＝45°



(3) BCの長さを求めよ。



◎ AからBCへの垂線AHをひくと、

△ABH∽△DBFより、

$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(2+\sqrt{3}) = HC$

$BH = \frac{1}{2}AB$

$= \frac{1}{2}(2+\sqrt{3})$

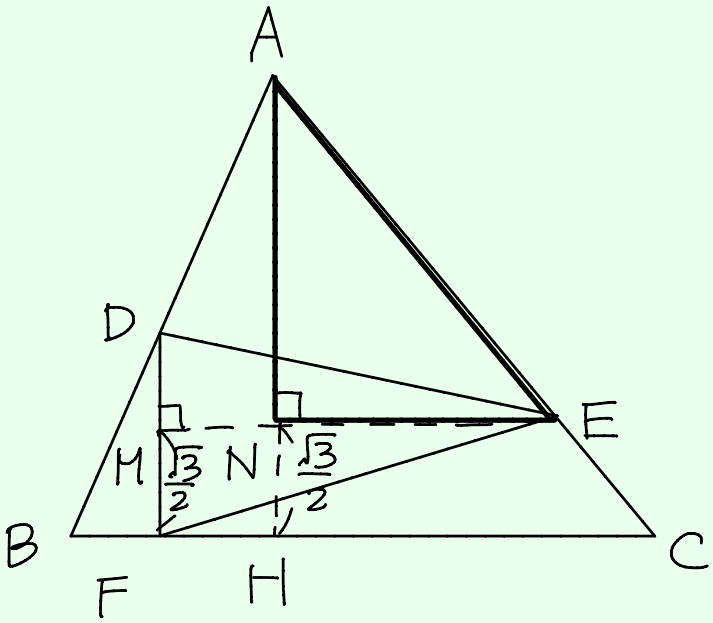
$\therefore BC = BH + HC$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(2+\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(2+\sqrt{3})$

$= \sqrt{3} + \frac{3}{2} + \frac{2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2}$ //

---

(4) AEの長さを求めよ。



◎ EとDFの中点Mを通るEMとAHの交点をNとすると、

△ANEが1:1:√2の直角二等辺三角形となる。

◎ $AN = AH - NH$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}(2+\sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}$

$AE = AN \times \sqrt{2}$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}\right) \times \sqrt{2}$

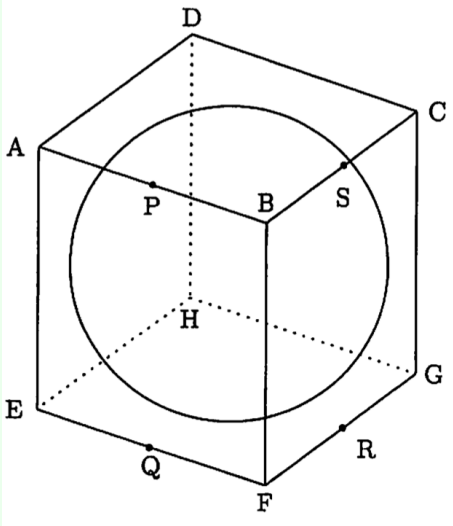
$= \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$ //

6.

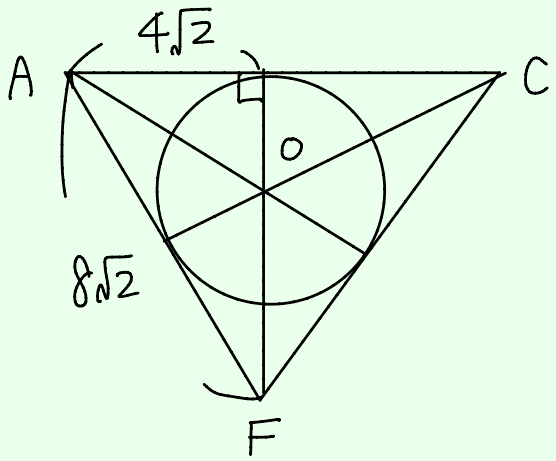
1辺の長さが8の立方体ABCD－EFGHに球が内接している。AB，EF，FG，BCの中点をそれぞれP，Q，R，Sとする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1) 3点A，C，Fを通る平面で球を切ったとき，切り口の円の面積を求めよ。

(2) 4点P，Q，R，Sを通る平面で球を切ったとき，切り口の円の面積を求めよ。



(1) A, C, F で切ると、1辺 $8\sqrt{2}$ の正三角形と，△ACFに内接する円が作られる。



切り口の円（内接円）の半径を r とし，各頂点から垂線を引く。

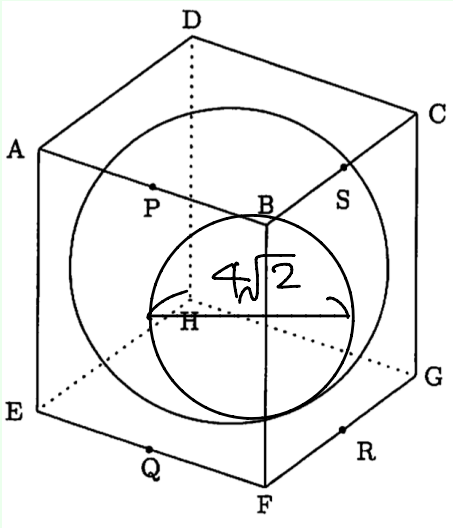
$$\triangle ACF = \triangle ACO + \triangle AFO + \triangle FCO$$

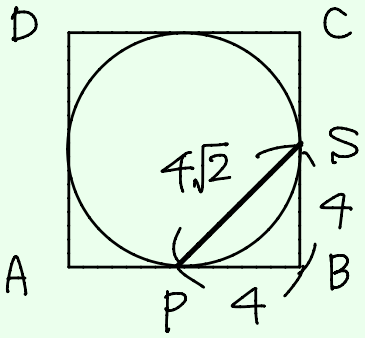
$$\underset{\triangle ACF}{\underset{\parallel}{8\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{2}}} = \left(8\sqrt{2} \times r \times \frac{1}{2}\right) \times 3$$

$$r = \frac{16\sqrt{12}}{12\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{円の面積} = \pi \times \left(\frac{4\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{32}{3}\pi$$

(2)　4点P，Q，R，Sを通る平面で球を切ったとき，切り口の円の面積を求めよ。





切り口が円になるので

直径 $= 4\sqrt{2}$

$\therefore$ 面積 $= \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 8\pi$ //

Point

いろいろな角度から立体や切断面を考えられるようにしておこう！