

高校入試過去問(名古屋高校) (H28)年数学

100点満点(50)分

1.

(1) $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \times \left(-\frac{4}{3}x^2y\right) \div \frac{1}{9}x^5y^3$ を計算せよ。

(2) $\frac{1}{2}(a - b)^2 + \frac{1}{3}(b - a)(a + b)$ を計算せよ。

(3) $(x + 3)^2 + 5(x + 3) + 6$ を因数分解せよ。

(4) 次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} (x - 1) : (y + 5) = 2 : 3 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$$

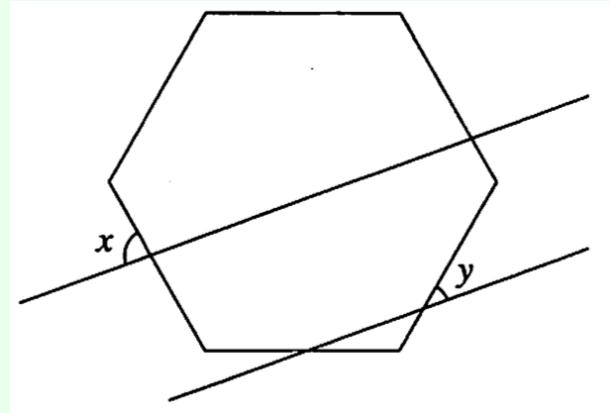
(5) 関数 $y = x^2$ のグラフと、関数 $y = -2x + 15$ のグラフが交わる点の座標をすべて求めよ。

(6) ある学校の1組から9組で大なわとびを行ったところ、とんだ回数は次のようにになった。この資料について、中央値と最頻値を求めよ。

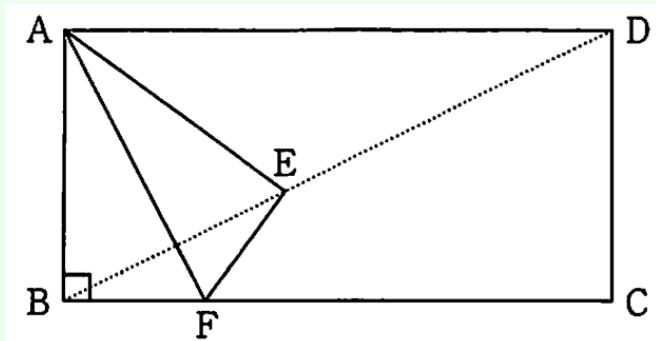
11, 7, 14, 7, 20, 18, 7, 18, 9

(7) 座標平面上に、2点A(1, 0), B(5, 0)がある。さいころを2回振り、最初に出た目を m , 2回目に出了目を n とし、点C(m , n)をとる。 $\triangle ABC$ が直角三角形になる確率を求めよ。ただし、さいころの目は1から6で、どの目も同じ確率で出るものとする。

(8) 図のように、正六角形に2本の平行線が交わって
いる。このとき、 $\angle x + \angle y$ の大きさを求めよ。



(9) 図は、長方形ABCDを、頂点Bが対角線BD上にくるように折り返し、BDと重なった点をE、折り目の辺BC上の点をFとしたものである。AB=3cm, AD=6cmのとき、△ABFの面積を求めよ。



2.

X地点からY地点までの一本道がある。A君はX地点、B君はY地点をそれぞれ午後3時ちょうどに出発し、途中のZ地点ですれ違った。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A君は、Z地点までは時速4km、それからは時速6kmで歩き、Y地点に午後3時50分に着いた。
X地点からY地点までの距離を x km、X地点からZ地点までの距離を y kmとするとき、 y を x で表せ($y =$ の形にして、最も簡単な式で表すこと)。
- (2) B君はY地点からX地点まで同じ速さで歩き、X地点に午後4時ちょうどに到着した。(1)のとき、 x の値を求めよ。
- (3) (2)のとき、A君とB君が出会った時刻を求めよ。

3.

図のような三角柱があり、 $AB=AC=8\text{cm}$ 、 $AD=10\text{cm}$ である。また、 $\angle CAB=\angle FDE=90^\circ$ である。このとき、次の問いに答えよ。

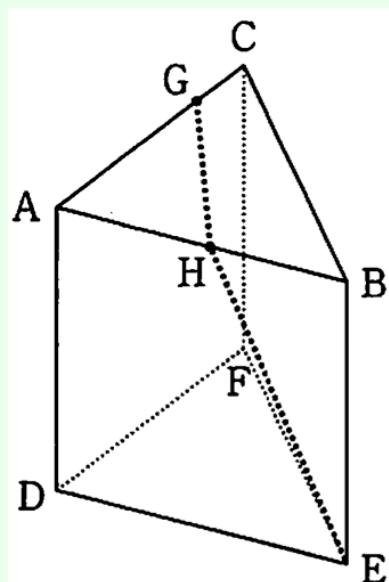
(1) この三角柱の体積を求めよ。

(2) 辺AC上に、 $AG:GC=3:1$ となる点Gをとる。

また、辺AB上に、線分GHと線分HEの長さの和が最小になるように点Hをとる。

このとき、線分AHの長さを求めよ。

(3) (2)のとき、線分GHと線分HEの長さの和を求めよ。



4.

次の問いに答えよ。

- (1) 正の数Pが、整数xを用いて $P = 3(2x - 5)$ という式で表されている。Pが素数のとき、xの値を求めよ。
- (2) 正の数Qが、整数xを用いて $Q = x^2 - 16x + 55$ という式で表されている。Qが素数のとき、xの値をすべて求めよ。

5.

図は、関数 $y = \frac{k}{x}$ (k は正の定数) の、 $x > 0$ の部分のグラフである。これについて、次の問いに答えよ。

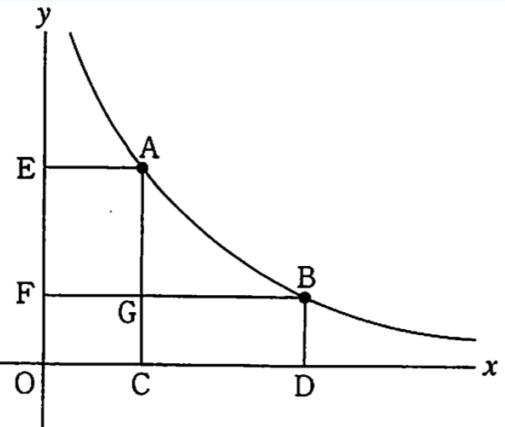
- (1) この関数について、() に当てはまる最も適する言葉を答えよ。
 y は x に () している。

- (2) 次の関数の説明について、正しいものを選び、番号を答えよ。

y が x の関数であるとは、

- ① y の値を決めると、それに対応して x の値がいくつか決まる関係
- ② y の値を決めると、それに対応して x の値が1つしか決まらない関係
- ③ x の値を決めると、それに対応して y の値がいくつか決まる関係
- ④ x の値を決めると、それに対応して y の値が1つしか決まらない関係

- (3) グラフ上の2点A, Bから、 x 軸に垂線を下ろし、 x 軸との交点をそれぞれC, Dとする。同様に y 軸にも垂線を下ろし、 y 軸との交点をそれぞれE, Fとする。ACとBFの交点をG、辺AG、辺BGと曲線ABとで囲まれた部分の面積を S 、四角形GCDBの面積を T 、四角形EFGAの面積を R 、四角形OCGFの面積を U とする。 $S + U = 3$ のとき、 $S + R$ を k と T で表せ。



高校入試過去問(名古屋高校) (H28)年数学

100点満点(50)分

1.

(1) $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \times \left(-\frac{4}{3}x^2y\right) \div \frac{1}{9}x^5y^3$ を計算せよ。

$$\begin{aligned} &= -\frac{x^6y^9}{8} \times \left(-\frac{4x^2y}{3}\right) \times \frac{9}{x^5y^3} \\ &= \frac{4 \times 9 \times x^8 \times y^{10}}{8 \times 3 \times x^5 \times y^3} = \underline{\underline{\frac{3}{2}x^3y^7}} \end{aligned}$$



Point

指数法則

$$\begin{aligned} x^a \times x^b &= x^{a+b} \\ (x^a)^b &= x^{ab} \\ x^a \div x^b &= x^{a-b} \end{aligned}$$

(2) $\frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{1}{3}(b-a)(a+b)$ を計算せよ。

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(a-b)(a-b) - \frac{1}{3}(a-b)(a+b) \\ &= (a-b) \left\{ \frac{1}{2}(a-b) - \frac{1}{3}(a+b) \right\} \quad \downarrow (a-b)を共通因数 \\ &= (a-b) \left(\frac{1}{6}a - \frac{5}{6}b \right) \\ &= \frac{1}{6}(a-b)(a-5b) \\ &= \frac{1}{6}(a^2 - 6ab + 5b^2) = \underline{\underline{\frac{1}{6}a^2 - ab + \frac{5}{6}b^2}} \end{aligned}$$

$\downarrow (b-a) = -(a-b)$

$\downarrow (a-b)$ を共通因数



Point

最初から「展開」
しかも時間はかかるが、
「工夫」を身につければ30秒

(3) $(x+3)^2 + 5(x+3) + 6$ を因数分解せよ。



Point

$$\begin{aligned} x+3 &= M \text{ とおこう。} \\ M^2 + 5M + 6 & \\ = (M+2)(M+3) & \\ M = x+3 \text{ を戻す。} & \\ = (x+3+2)(x+3+3) & \\ = (x+5)(x+6) & \end{aligned}$$

同じ式を見つけたら
「文字で書いて」
因数分解しやすくする。

(4) 次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} (x-1):(y+5)=2:3 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x-3y=2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①より $2(y+5) = 3(x-1)$
 $3x - 2y = 13 \cdots \textcircled{1}'$

$\textcircled{1}' \times 2 - \textcircled{2} \times 3$

$$\begin{array}{r} 6x - 4y = 26 \\ -) 6x - 9y = 6 \\ \hline 5y = 20 \\ y = 4 \end{array}$$

$$y = 4 \in \textcircled{2} \text{ に代入}$$

$$2x - 3 \times 4 = 2$$

$$x = 7$$

$$(x, y) = (7, 4)$$



(5) 関数 $y = x^2$ のグラフと、関数 $y = -2x + 15$ のグラフが交わる点の座標をすべて求めよ。

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -2x + 15 \end{cases}$$

$$x^2 = -2x + 15$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$x = -5, 3$$



2つのグラフの交点

= 連立方程式の共通解

$$x = -5 \text{ のとき } y = (-5)^2 = 25$$

$$x = 3 \text{ のとき } y = 3^2 = 9$$

$$(-5, 25) (3, 9)$$



(6) ある学校の1組から9組で大なわとびを行ったところ、とんだ回数は次のようにになった。この資料について、中央値と最頻値を求めよ。

11, 7, 14, 7, 20, 18, 7, 18, 9

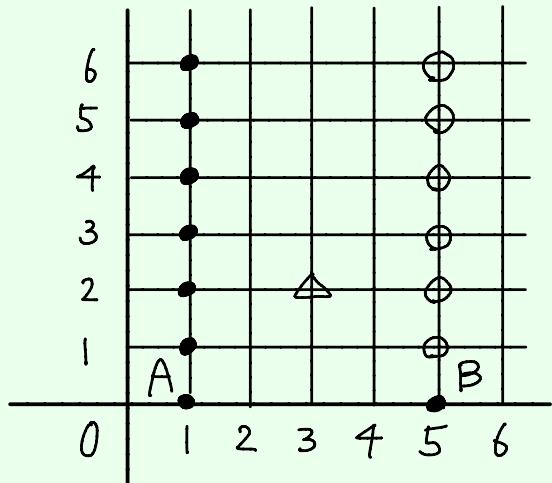
小さい順に並べる。

7, 7, 7, 9, 11, 14, 18, 18, 20

① 中央にあるのは、11回

② 最も多くの回数は、7回

(7) 座標平面上に、2点A(1, 0), B(5, 0)がある。さいころを2回振り、最初に出た目をm, 2回目に出了目をnとし、点C(m, n)をとる。 $\triangle ABC$ が直角三角形になる確率を求めよ。ただし、さいころの目は1から6で、どの目も同じ確率で出るものとする。



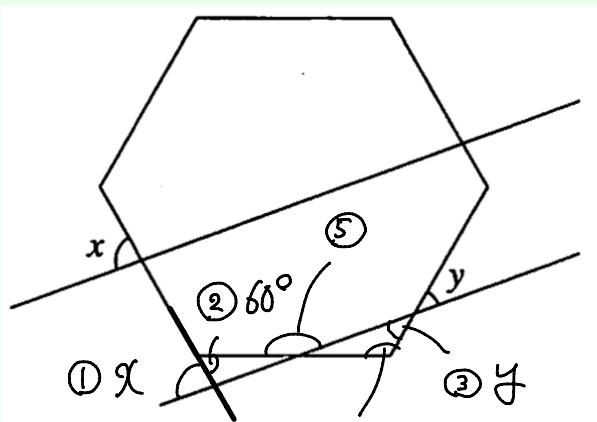
○ 直角三角形 になるのは、
 ● C(1, t) のとき 6通り
 ○ C(5, t) のとき 6通り
 △ C(3, 2) のとき 1通り
 以上 13通り $\frac{13}{36}$
 $1:1 = \sqrt{2}$ の
 直角三角形 になれる。



- Ⓐ 図形を含む確率は、「図示」必須!
 Ⓛ 代表的な比の直角三角形をおさえる!

(8) 図のように、正六角形に2本の平行線が交わってある。このとき、 $\angle x + \angle y$ の大きさを求めよ。

- ① 延長線を引いて同位角で x
 ② 正六角形の1つの外角は
 $\frac{360}{6} = 60^\circ$, 1つの内角は 120° (④)



- ③ 対頂角 y
 ⑤ 外角の性質より $120 + y = (180 - x) + 60 \rightarrow x + y = 120^\circ$

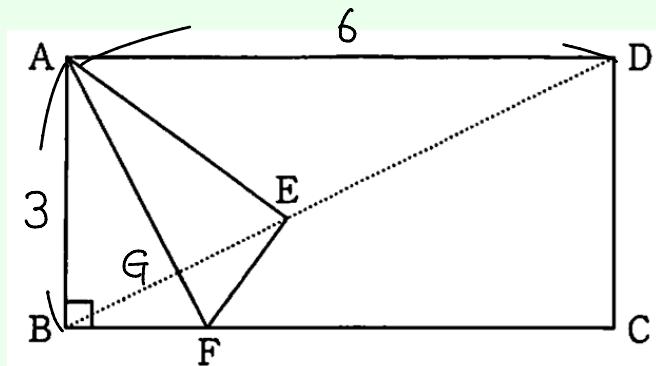


角度の和を求める問題は、

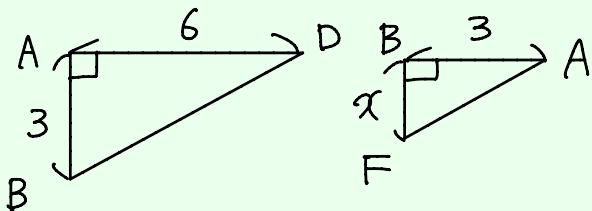
- ① x, y これらは求めならない。
 ② 方程式を立てると、和にたどり着きやすい!

(9) 図は、長方形ABCDを、頂点Bが対角線BD上にくるように折り返し、BDと重なった点をE、折り目の辺BC上の点をFとしたものである。AB=3cm, AD=6cmのとき、△ABFの面積を求めよ。

- ① AFとBDの交点をG
 $BF = x$ とする。



- ② $\triangle ABD \sim \triangle BFA$



$$AB : BF = AD : BA$$

$$3 : x = 6 : 3$$

$$x = \frac{9}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABF &= BF \times AB \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{9}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

理由



- $\triangle AGD \sim \triangle ABD \dots ①$
($AF \perp BD$, $\angle ADG = \angle ADB$)
 - $\triangle AGD \sim \triangle FGB \sim \triangle FGB \dots ②$
($\angle ADG = \angle FBG$, $\angle AGD = \angle FGB = 90^\circ$)
- ①, ②より $\triangle ABD \sim \triangle BFA$

2.

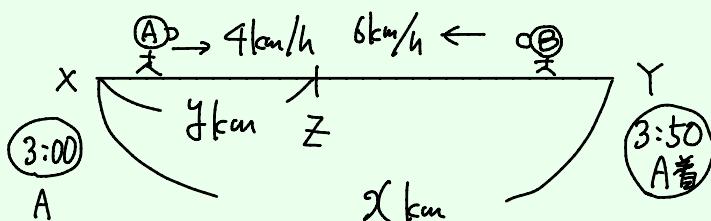
X地点からY地点までの一本道がある。A君はX地点、B君はY地点をそれぞれ午後3時ちょうどに出発し、途中のZ地点ですれ違った。このとき、次の問いに答えよ。

(1) A君は、Z地点までは時速4km、それからは時速6kmで歩き、Y地点に午後3時50分に着いた。

X地点からY地点までの距離をx km、X地点からZ地点までの距離をy kmとするとき、yをxで表せ(y=の形にして、最も簡単な式で表すこと)。

(2) B君はY地点からX地点まで同じ速さで歩き、X地点に午後4時ちょうどに到着した。(1)のとき、xの値を求めよ。

(3) (2)のとき、A君とB君が出会った時刻を求めよ。



$$(1) (X \rightarrow Z \text{ の時間}) + (Z \rightarrow Y \text{ の時間}) = \frac{50}{60} \text{ 時間}$$

$$\frac{y}{4} + \frac{x-y}{6} = \frac{5}{6} \rightarrow \underline{\underline{y = -2x + 10}}$$

(2) B君は Y → X の x km を 1 時間で歩いたので x km/h の速さ。

$$(B: Y \rightarrow Z \text{ の時間}) = (A: X \rightarrow Y \text{ の時間}) = \frac{y}{4} \text{ 時間} \text{ なので}$$

$$Y \rightarrow Z = \frac{xy}{4} \text{ km}$$

これは $x-y$ km = 等しいので $\frac{xy}{4} = x-y$ となる。

$$(1) y = -2x + 10 \text{ を } \overbrace{\text{代入し}}$$

$$\frac{x(-2x+10)}{4} = x - (-2x+10)$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$x = 4, -5$$

$$x > 0 \text{ より } x = 4$$

$$(3) x = 4 \text{ より } y = -2 \times 4 + 10 = 2 \quad \therefore A \text{君の } X \rightarrow Z \text{ の時間は } \frac{y}{4} = \frac{2}{4} = 30 \text{ 分}$$

\therefore 午後 3時30分 //

3.

図のような三角柱があり、 $AB=AC=8\text{cm}$, $AD=10\text{cm}$ である。また、 $\angle CAB=\angle FDE=90^\circ$ である。このとき、次の問い合わせよ。

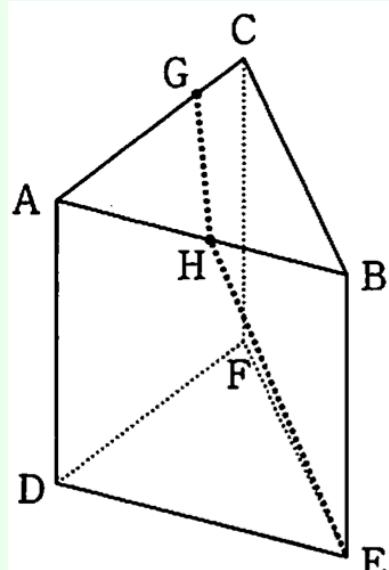
(1) この三角柱の体積を求めよ。

(2) 辺AC上に、 $AG:GC=3:1$ となる点Gをとる。

また、辺AB上に、線分GHと線分HEの長さの和が最小になるよう点Hをとる。

このとき、線分AHの長さを求めよ。

(3) (2)のとき、線分GHと線分HEの長さの和を求めよ。

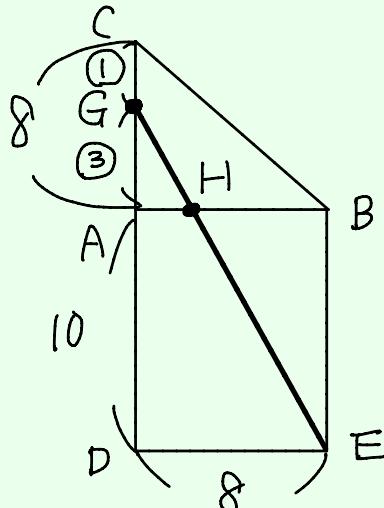


$$(1) \text{ 三角柱} = \text{底面} \triangle CAB \times \text{高さ} AD$$

$$= 8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 10$$

$$= \underline{\underline{320 \text{ cm}^3}} //$$

(2)



$$\textcircled{1} \quad CG:GA = 1:3 \text{ より}$$

$$GA = 8 \times \frac{3}{4} = 6 \text{ cm}$$

$$\textcircled{2} \quad \triangle GAH \sim \triangle GDE \text{ より}$$

$$GA : GD = AH : DE$$

$$6 : 16 = AH : 8$$

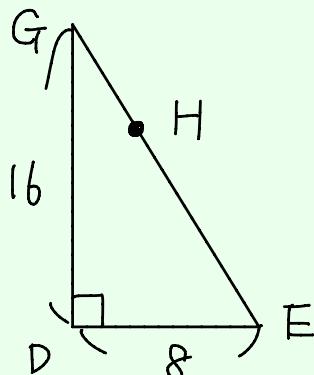
$$AH = \underline{\underline{3 \text{ cm}}} //$$



最短距離は、展開図を利用して解く！

※ 円錐も同様。

(3)



$$GH + HE = GE$$

$$GE = \sqrt{GD^2 + DE^2} = \underline{\underline{8\sqrt{5} \text{ cm}}} //$$



$1:2:\sqrt{5}$ は、気づくと早い！

- 次の問いに答えよ。
- (1) 正の数Pが、整数xを用いて $P = 3(2x - 5)$ という式で表されている。Pが素数のとき、xの値を求めよ。
 - (2) 正の数Qが、整数xを用いて $Q = x^2 - 16x + 55$ という式で表されている。Qが素数のとき、xの値をすべて求めよ。

(1) Pが素数なので、 $P = 1 \times P$ 自身で表されるので

$$2x - 5 = 1 \text{ となる。} \therefore \underline{x = 3} //$$

$$\begin{aligned} (2) \quad Q &= x^2 - 16x + 55 \\ &= (x-5)(x-11) \end{aligned}$$

$\downarrow \quad x, Q : \text{どちらも正の数}$

$$(i) \quad \begin{cases} x-5 = 1 \\ x-11 = Q \end{cases} \text{ のとき } (x, Q) = (6, -5) \text{ 不適}$$

$$(ii) \quad \begin{cases} x-5 = Q \\ x-11 = 1 \end{cases} \text{ のとき } (x, Q) = (12, 7) \text{ ok}$$

$$(iii) \quad \begin{cases} 5-x = 1 \\ 11-x = Q \end{cases} \text{ のとき } (x, Q) = (4, 7) \text{ ok}$$

$$(iv) \quad \begin{cases} 5-x = Q \\ 11-x = 1 \end{cases} \text{ のとき } (x, Q) = (10, -5) \text{ 不適}$$

以上より $\underline{x = 4, 12} //$



場合分けは、(iii), (iv)も必要！



文字の制限（正の数）に注意して
不適判断をしよう！

5.

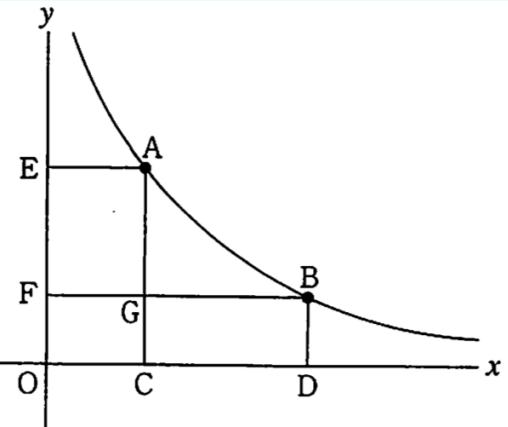
図は、関数 $y = \frac{k}{x}$ (k は正の定数) の、 $x > 0$ の部分のグラフである。これについて、次の問いに答えよ。

- (1) この関数について、() に当てはまる最も適する言葉を答えよ。
 y は x に () している。

- (2) 次の関数の説明について、正しいものを選び、番号を答えよ。

y が x の関数であるとは、

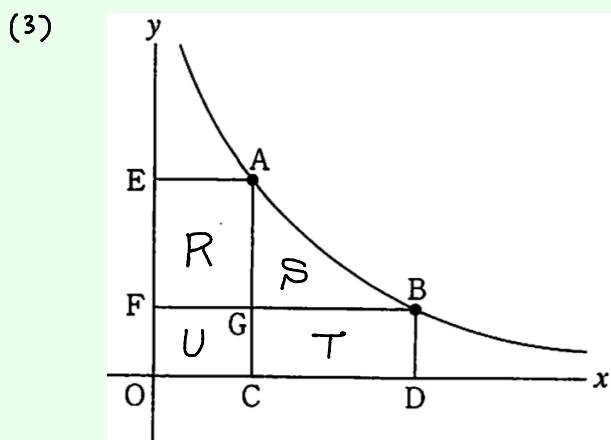
- ① y の値を決めると、それに対応して x の値がいくつか決まる関係
- ② y の値を決めると、それに対応して x の値が 1 つしか決まらない関係
- ③ x の値を決めると、それに対応して y の値がいくつか決まる関係
- ④ x の値を決めると、それに対応して y の値が 1 つしか決まらない関係



- (3) グラフ上の 2 点 A, B から、 x 軸に垂線を下ろし、 x 軸との交点をそれぞれ C, D とする。同様に y 軸にも垂線を下ろし、 y 軸との交点をそれぞれ E, F とする。AC と BF の交点を G、辺 AG、辺 BG と曲線 AB とで囲まれた部分の面積を S 、四角形 GCDB の面積を T 、四角形 EFGA の面積を R 、四角形 OCGF の面積を U とする。 $S + U = 3$ のとき、 $S + R$ を k と T で表せ。

(1) $y = \frac{k}{x}$ つまり、 y は x に 反比例 (2) //

(2) y が x の関数であることは…。
 ともなって変化する 2 つの変数 x , y があり
 x の値を決めると、 y の値がただ 1 つ決まる // ④



$y = \frac{k}{x} \rightarrow xy = k$ // 
 反比例のグラフ上の点と
 x , y 軸でできる長方形の
 面積が一定 (k) であることを
 表している。

つまり $R + U = k$, $U + T = k$

問題より $S + U = 3$

$S + R$ が欲しいので $R + U = k$ と $S + U = 3$ を足して

$R + U + S + U = 3 + k$

$S + R = 3 + k - 2U$ ←

$S + R = k + T$ で表すので $U + T = k$ なら $U = k - T$ を代入。

$S + R = 3 - k + 2T$ //