愛知県公立入試問題過去問【３年】

「 三平方の定理（R2～H22） 」

空間図形

（　　）年（　　）組　氏名（　　）

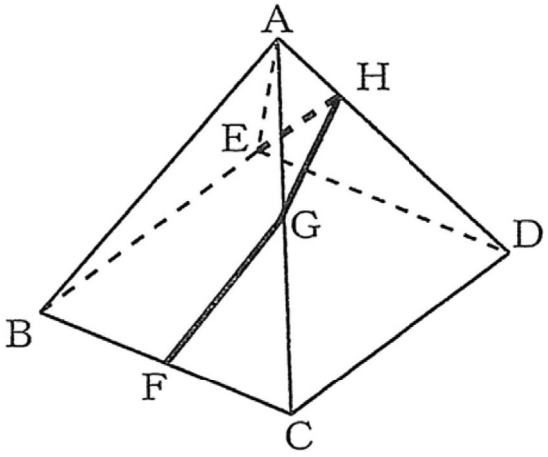
R4-A

(3)　図で，立体ＡＢＣＤＥは辺の長さが全て等しい正四角すいで，ＡＢ＝４cmである。Ｆは辺ＢＣの中点であり，Ｇ，Ｈはそれぞれ辺ＡＣ，ＡＤ上を動く点である。

３つの線分ＥＨ，ＨＧ，ＧＦの長さの和が最も小さくなるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＡＧの長さは何cmか，求めなさい。

②　３つの線分ＥＨ，ＨＧ，ＧＦの長さの和は何cmか，求めなさい。



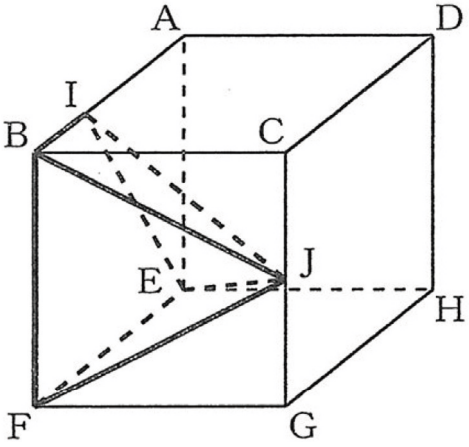
R4-B

(2)　図で，立体ＡＢＣＤＥＦＧＨは立方体，Ｉは辺ＡＢ上の点で，ＡＩ：ＩＢ＝２：１であり，Ｊは辺ＣＧの中点である。

ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＩＪの長さは何cmか，求めなさい。

②　立体ＪＩＢＦＥの体積は何cm^3か，求めなさい。



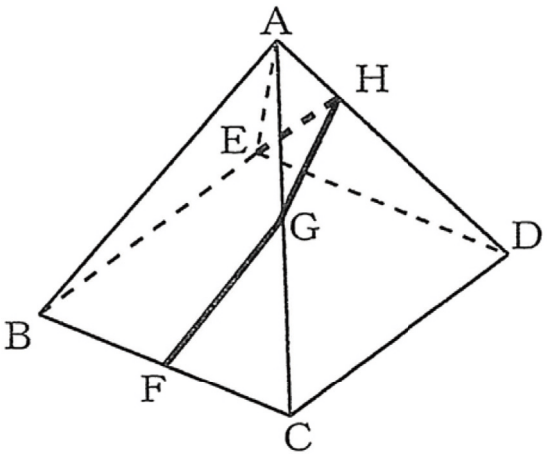
R4-A

(3)　図で，立体ＡＢＣＤＥは辺の長さが全て等しい正四角すいで，ＡＢ＝４cmである。Ｆは辺ＢＣの中点であり，Ｇ，Ｈはそれぞれ辺ＡＣ，ＡＤ上を動く点である。

３つの線分ＥＨ，ＨＧ，ＧＦの長さの和が最も小さくなるとき，次の①，②の問いに答えなさい。

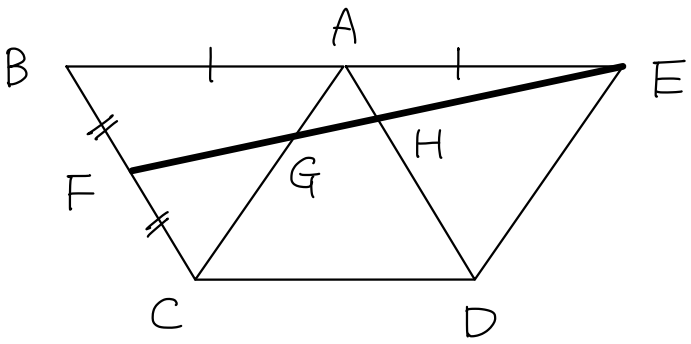
①　線分ＡＧの長さは何cmか，求めなさい。

②　３つの線分ＥＨ，ＨＧ，ＧＦの長さの和は何cmか，求めなさい。



正四角錐 なので 側面の1つが
正三角形 となり 4面とも合同。

必要な部分だけ 展開図で考える。

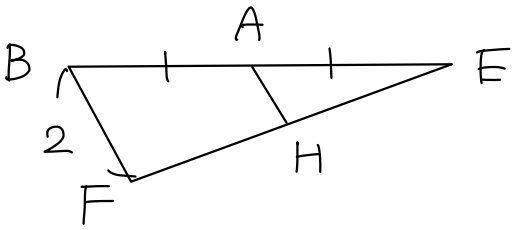


Point

立体は 平面 で考える！

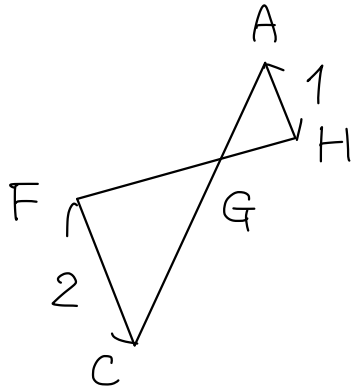
①

◎ △BEF ∽ △AEH で
相似比 BE：AE ＝ 2：1 より
AH ＝ 1cm とわかる。



◎ △FGC ∽ △HGA で
相似比 AH：CF ＝ 1：2 より
AG：GC ＝ 1：2
ACは 正三角形の 1辺 なので 4cm

$AG = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ cm



R4-A

② 3つの線分ＥＨ，ＨＧ，ＧＦの長さの和は何cmか，求めなさい。

㋐ △BCE において

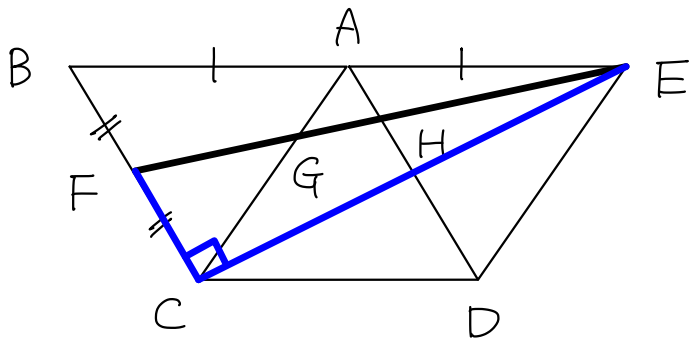
BC = 4cm , BE = 8cm

∠EBC = 60° より

ECをひくと △BCEは

1:2:√3 の直角三角形 となる。

∴ CE = $4\sqrt{3}$ cm



㋑ △FCE において 三平方の定理より

$EH + HG + GF = FE = \sqrt{FC^2 + CE^2}$

$= \sqrt{2^2 + (4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13}$ cm //

最短キョリの問題は

代表的な角度を利用して解決することが多い！

(30°, 60°, 90°, 45°)

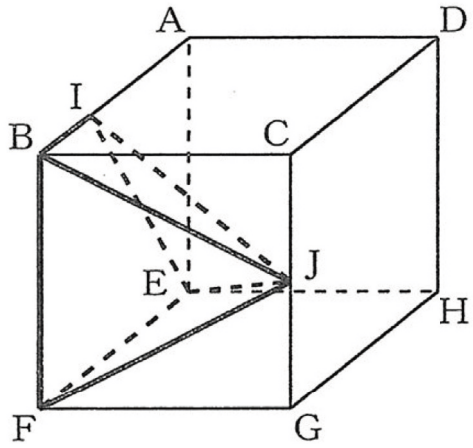
R4-B

(2)　図で，立体ＡＢＣＤＥＦＧＨは立方体，Ｉは辺ＡＢ上の点で，ＡＩ：ＩＢ＝２：１であり，Ｊは辺ＣＧの中点である。

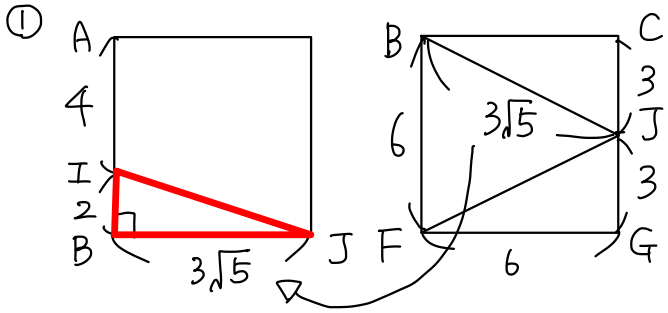
ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＩＪの長さは何cmか，求めなさい。

②　立体ＪＩＢＦＥの体積は何cm³か，求めなさい。



①



$IJ=\sqrt{2^2+(3\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{4+45}=\sqrt{49}=7$ cm //

Point

求めたい辺を含む図形で考える！

②　立体ＪＩＢＦＥ

＝　底面ＩＢＦＥ × 高さＢＣ × $\frac{1}{3}$

＝ (ＢＩ＋ＦＥ) × ＢＦ × $\frac{1}{2}$ × ＢＣ × $\frac{1}{3}$

＝ (2＋6) × 6 × $\frac{1}{2}$ × 6 × $\frac{1}{3}$ ＝ 48 (cm³) //

Point

どこを 底面 にし，

どこを 高さ にとるか！

R3-A　なし

R3-B　なし

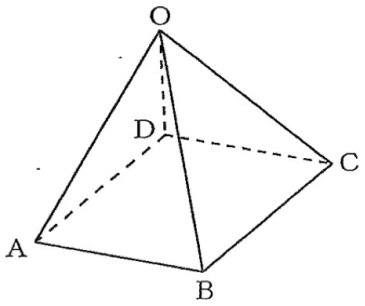
R2A

図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。

ＯＡ＝９cm，ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 正四角すいＯＡＢＣＤの体積は何cm³か，求めなさい。

② 頂点Ａと平面ＯＢＣとの距離は何cmか，求めなさい。



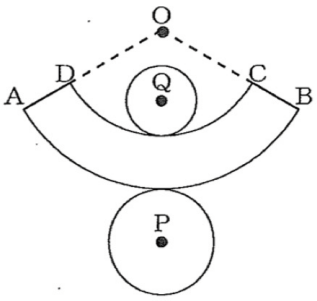
R2B

図は，ある立体の展開図である。弧ＡＢ，ＤＣはともに点Ｏを中心とする円周の一部で，直線ＤＡ，ＣＢは点Ｏを通っている。また，円Ｐ，Ｑはそれぞれ弧ＡＢ，ＤＣに接している。

ＤＡ＝ＣＢ＝３cm，弧ＡＢ，ＤＣの長さがそれぞれ６πcm，４πcmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 円Ｐの面積と円Ｑの面積の和は何cm²か，求めなさい。

② 展開図を組み立ててできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。



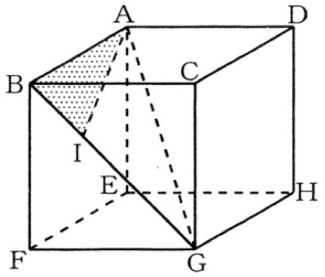
30A

図で，立体ＡＢＣＤＥＦＧＨは立方体である。Ｉは線分ＢＧ上の点で，ＢＩ：ＩＧ＝１：２である。

ＡＢ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＡＩの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＡＢＩを，直線ＡＧを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は何cm^3か，求めなさい。



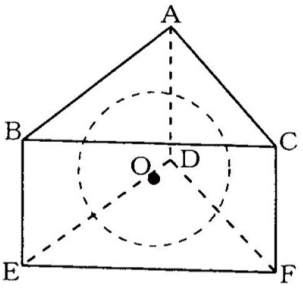
30B

図で，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とする立体は底面の△ＡＢＣ，△ＤＥＦが正三角形の正三角柱である。また，球Ｏは正三角柱ＡＢＣＤＥＦにちょうどはいっている。

球Ｏの半径が２cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 球Ｏの表面積は何cm^2か，求めなさい。

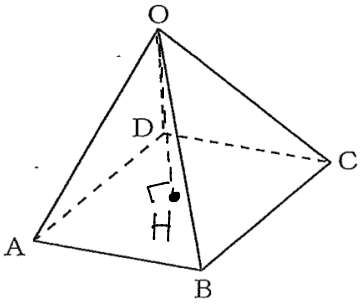
② 正三角柱ＡＢＣＤＥＦの体積は何cm^3か，求めなさい。



R2A

(3) 図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。

ＯＡ＝９cm，ＡＢ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

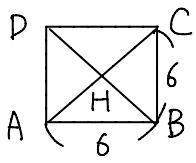


3年 ① 正四角すいＯＡＢＣＤの体積は何cm³か，求めなさい。

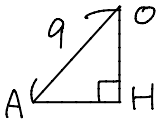
② 頂点Ａと平面ＯＢＣとの距離は何cmか，求めなさい。

① O−ABCDの体積 ＝ 底面積（正方形ABCD） × 高さ（OH） × $\frac{1}{3}$

（問題はこれで終わりです。）



高さOHを求めるために直角三角形OAHを作る。

AHが求まれば  OHが求まる流れ。

◎ AB＝CB＝6より AC＝$6\sqrt{2}$ cm AH＝$\frac{1}{2}$AC＝$3\sqrt{2}$ cm

よって OH＝$\sqrt{OA^2-AH^2}$＝$\sqrt{81-18}$＝$3\sqrt{7}$ cm

◎ 以上より 底面積＝6×6，高さ＝$3\sqrt{7}$ となるので 体積＝$36\times3\sqrt{7}\times\frac{1}{3}$

＝$36\sqrt{7}$ cm³

---

② 頂点Ａと平面ＯＢＣとの距離は何cmか，求めなさい。

O−ABCDの体積 ＝ A−BCOの体積 ＋ A−DCOの体積 と考えられる。

↑ 底面を△OBCとしたときの高さが求める距離。

h

$36\sqrt{7}$ ＝ △OBC × h × $\frac{1}{3}$ × 2

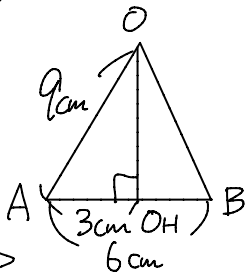
（2つとも体積は同じ。Oを通って対角線ACでも切断しているから。）

△OBC＝△OAB

＝AB×OOH×$\frac{1}{2}$

＝$6\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{2}$

＝$18\sqrt{2}$



$36\sqrt{7}=18\sqrt{2}\times h\times\frac{1}{3}\times2$

$12\sqrt{2}h=36\sqrt{7}$

$h=\frac{36\sqrt{7}}{12\sqrt{2}}$

$=\frac{3\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

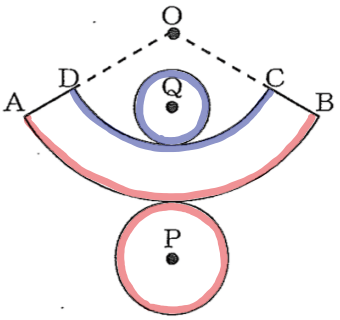
$h=\frac{3\sqrt{14}}{2}$ cm

Point
体積から高さを求める流れはとても良く使います。

R2B

(3) 図は，ある立体の展開図である。弧ＡＢ，ＤＣはともに点Ｏを中心とする円周の一部で，直線ＤＡ，ＣＢは点Ｏを通っている。また，円Ｐ，Ｑはそれぞれ弧ＡＢ，ＤＣに接している。

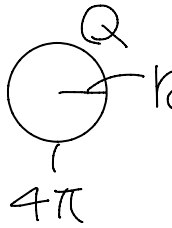
ＤＡ＝ＣＢ＝３cm，弧ＡＢ，ＤＣの長さがそれぞれ６πcm，４πcmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。



1年 ① 円Ｐの面積と円Ｑの面積の和は何cm²か，求めなさい。

3年 ② 展開図を組み立ててできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。

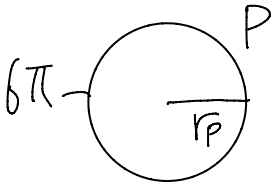
①



$2\times r_Q\times\pi=4\pi$

$r_Q=2$ cm

面積 $=r_Q^2\pi=4\pi$ cm²



直径

$2\times r_P\times\pi=6\pi$

$r_P=3$ cm

面積 $=r_P^2\pi=9\pi$ cm²

（問題はこれで終わりです。）

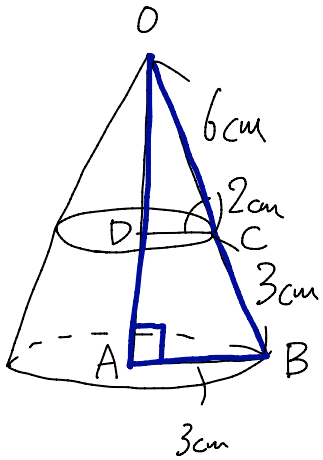
Point

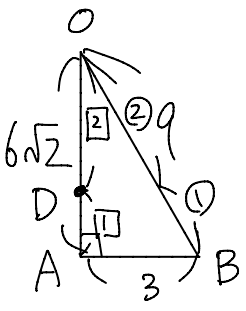
弧の長さ ＝ 円周の長さ

$4\pi+9\pi=13\pi$ cm² //

---

②





プリズム → 元の円錐をかく。

→ 高さを求めたいから直角三角形を抜き出して考える。

△OAB ∽ △ODC　3:2 の相似比

OB:OC = AB:DC より　OC = 6cm

$OA^2=9^2-3^2=72$

$OA=6\sqrt{2}$

OC:CB = 6:3 = 2:1

OD:DA = 2:1

$6\sqrt{2}\times\frac{2}{3}=4\sqrt{2}$

OD = $4\sqrt{2}$ cm

$3^2\times\pi\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{3}$

$-2^2\times\pi\times4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}$

$=54\sqrt{2}\pi\times\frac{1}{3}-16\sqrt{2}\pi\times\frac{1}{3}$

$=\frac{38\sqrt{2}}{3}\pi$ cm³ //

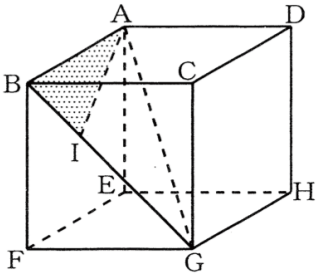
30A

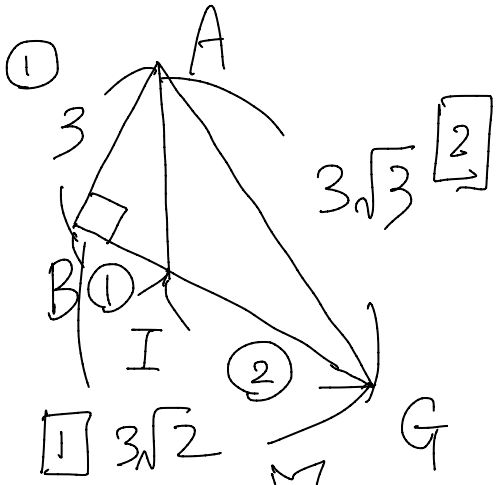
(3)　図で，立体ＡＢＣＤＥＦＧＨは立方体である。Ｉは線分ＢＧ上の点で，ＢＩ：ＩＧ＝１：２である。

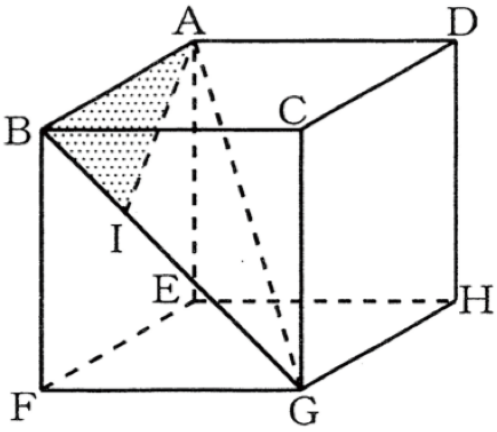
ＡＢ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　線分ＡＩの長さは何cmか，求めなさい。

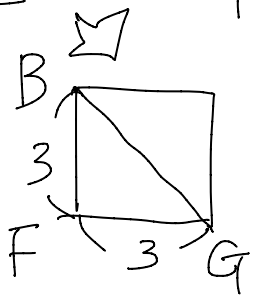
②　△ＡＢＩを，直線ＡＧを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は何cm^3か，求めなさい。





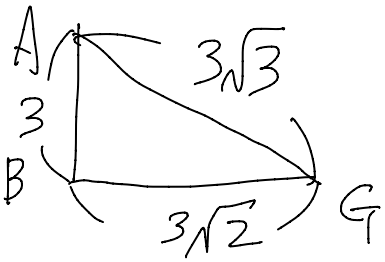


① • BGは



なので $BG=3\sqrt{2}$ cm となる。

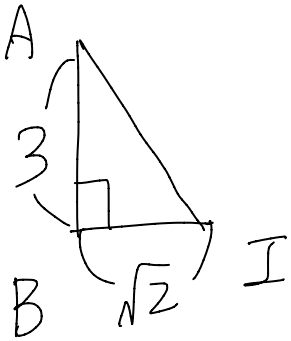
② • AGは



$AG=\sqrt{3^2+(3\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{9+18}=3\sqrt{3}$ cm

• △ABIにおいて



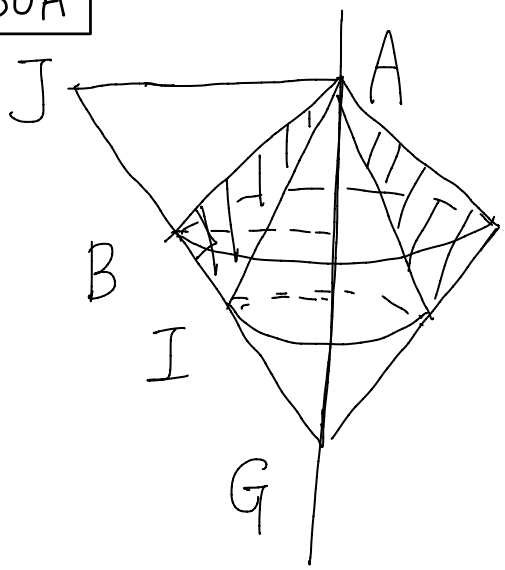
$BI=\frac{1}{3}BG=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}=\sqrt{2}$

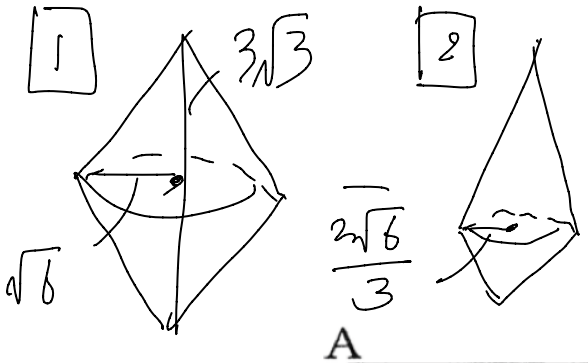
$AI=\sqrt{3^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{9+2}$

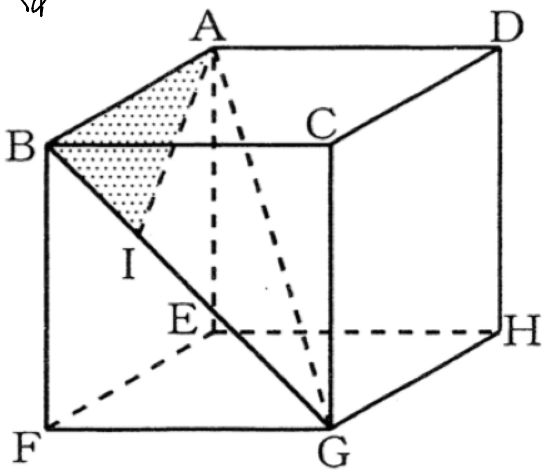
$=\sqrt{11}$ cm

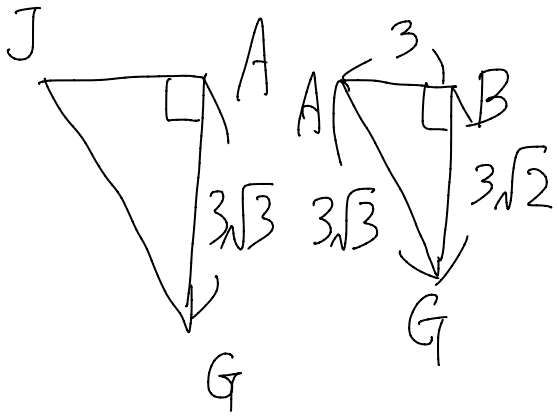
//

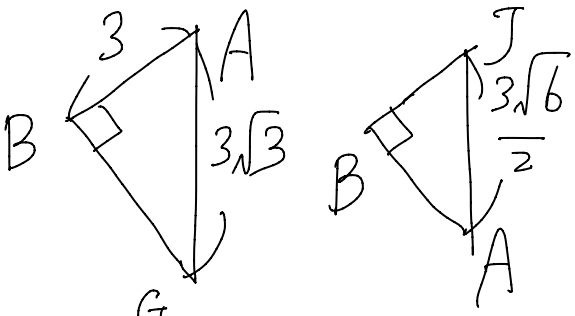
30A











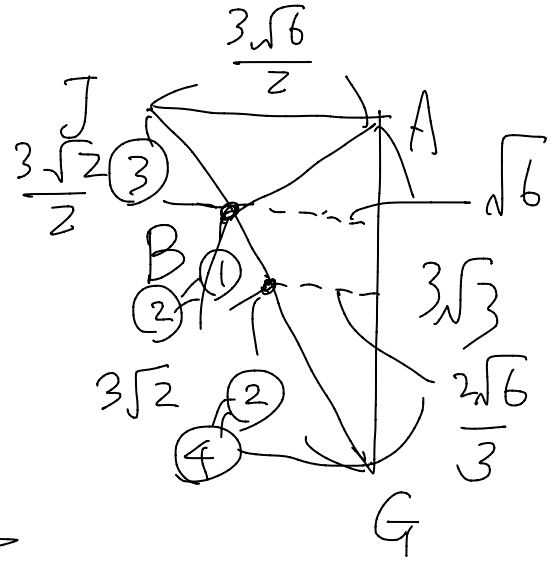
• $AJ : 3 = 3\sqrt{3} : 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}AJ = 9\sqrt{3}$

$AJ = \frac{9\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

• $JB : \frac{3\sqrt{6}}{2} = 3 : 3\sqrt{3}$

$JB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$



1 $(\sqrt{6})^2 \times \pi \times \frac{1}{3}$

2 $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 \times \pi \times \frac{1}{3}$

1 − 2 より $\frac{10\sqrt{3}}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$ //

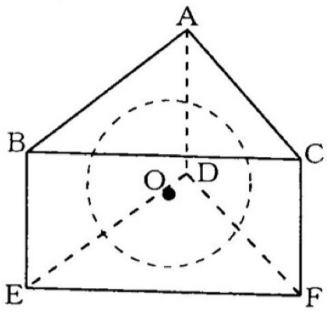
30B

図で，A，B，C，D，E，Fを頂点とする立体は底面の△ＡＢＣ，△ＤＥＦが正三角形の正三角柱である。また，球Ｏは正三角柱ＡＢＣＤＥＦにちょうどはいっている。

球Ｏの半径が２cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 球Ｏの表面積は何cm^2か，求めなさい。

② 正三角柱ＡＢＣＤＥＦの体積は何cm^3か，求めなさい。



① 球の表面積 $= 4\pi r^2$

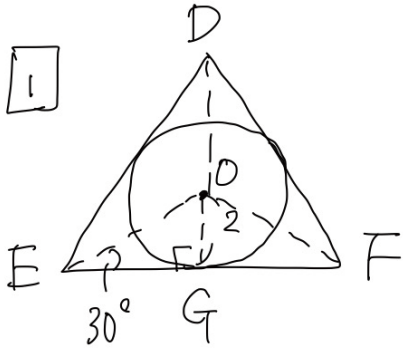
$= 4\pi \times 2^2 = 16\pi \ (cm^2)$ //

---

② 三角柱の体積 $=$ 底面△DEF $\times$ 高さBE で求まる。

1 2

1



△OEGは30°, 60°, 90°の直角三角形。

$1:2=\sqrt{3}$ より $EG = 2\times\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ cm

$EF = 2\times EG = 4\sqrt{3}$ cm

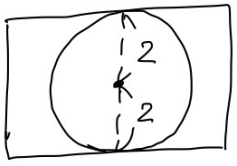
$\triangle OEF = EF\times 2\times\frac{1}{2} = 4\sqrt{3}\ cm^2$

△OEF = △ODE = △ODF なので

$\triangle DEF = 3\times\triangle OEF = 12\sqrt{3}\ cm^2$

---

2 正面から見ると



高さは球の直径と等しいことが分かる。よって 4cm

よって体積 $= 12\sqrt{3}\times 4 = 48\sqrt{3}\ (cm^3)$ //

愛知県公立入試問題過去問６３【３年】

「　相似・体積（三平方あり③　H27B～H29）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　）

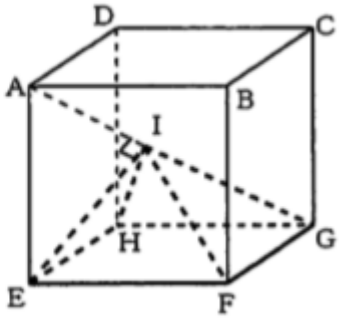
【27B】

図で，A，B，C，D，E，F，G，Hを頂点とする立体は立方体であり，Ｉは線分ＡＧ上の点で，ＩＥ⊥ＡＧである。

ＡＢ＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

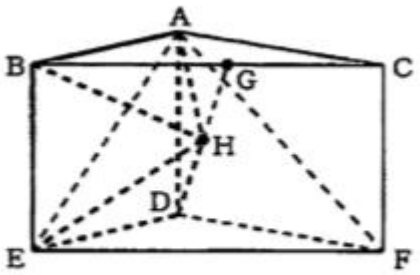
①　線分ＩＥの長さは何cmか，求めなさい。

②　四角すいＩＥＦＧＨの体積は何cm^3か，求めなさい。



【28A】

図で，A，B，C，D，E，Fを頂点とする立体は，△ＡＢＣ，△ＤＥＦを底面とし，側面がすべて長方形である三角柱で，Ｇは辺ＢＣの中点，Ｈは線分ＧＤと平面ＡＥＦとの交点である。



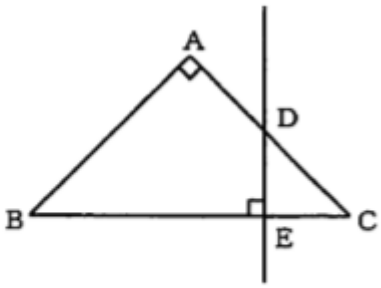
ＡＢ＝ＡＣ＝10 cm，ＢＣ＝12 cm，ＡＤ＝ 6 cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＧＤの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角すいＨＡＢＥＤの体積は何cm³か，求めなさい。

【２８B】

図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの直角二等辺三角形で，Ｄは辺ＡＣの中点であり，Ｅは辺ＢＣ上の点で，∠ＤＥＢ＝90°である。



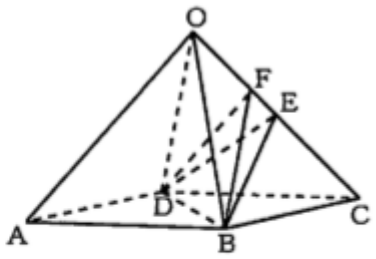
ＢＣ＝４㎝のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＢＥを，直線ＤＥを回転の軸として１回転させてできる図形の面積は何㎠か，求めなさい。

② 四角形ＡＢＥＤを，直線ＤＥを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は何㎤か，求めなさい。

【２９B】

図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。Ｅは辺ＯＣの中点，Ｆは辺ＯＣ上の点で，ＯＦ：ＦＣ＝１：２である。



正四角すいＯＡＢＣＤのすべての辺の長さが６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＦＢの長さは何cmか，求めなさい。

② Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とする三角すいの体積は何cm^3か，求めなさい。

愛知県公立入試問題過去問６３【３年】

「　相似・体積（三平方あり③　H27B～H29）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　）

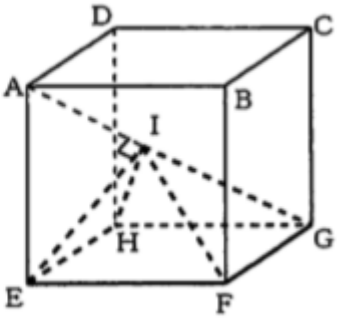
【27B】

図で，A，B，C，D，E，F，G，Hを頂点とする立体は立方体であり，Iは線分AG上の点で，IE⊥AGである。

AB＝３cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分IEの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角すいIEFGHの体積は何cm^3か，求めなさい。



① △AEGの面積を2通りで表す。

$EG \times AE \times \frac{1}{2} = AG \times IE \times \frac{1}{2}$

この式にあてはめると、

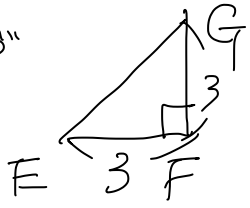
$3\sqrt{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} \times IE \times \frac{1}{2}$

EGは△EFGが

の1:1:$\sqrt{2}$の

直角三角形

なので $3\sqrt{2}$ cm



両辺 $\div \frac{1}{2}$

$9\sqrt{2} = 3\sqrt{3}IE$

$IE = \frac{3\cancel{9}\sqrt{2}}{\cancel{3}\sqrt{3}}$

分母の有理化 $= \frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

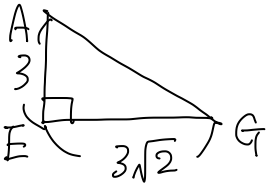
$= \frac{3\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}$ cm //

AGは△AEGで三平方の定理を用いると、

$AG = \sqrt{AE^2 + EG^2}$

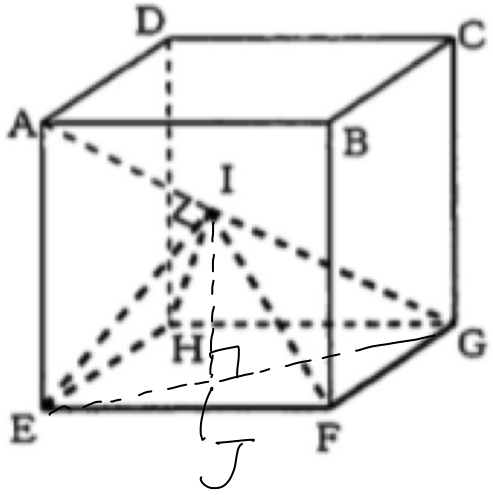
$= \sqrt{9+18}$

$= \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm



四角錐 I-EFGH の体積

= 底面EFGH × 高さJI × $\frac{1}{3}$



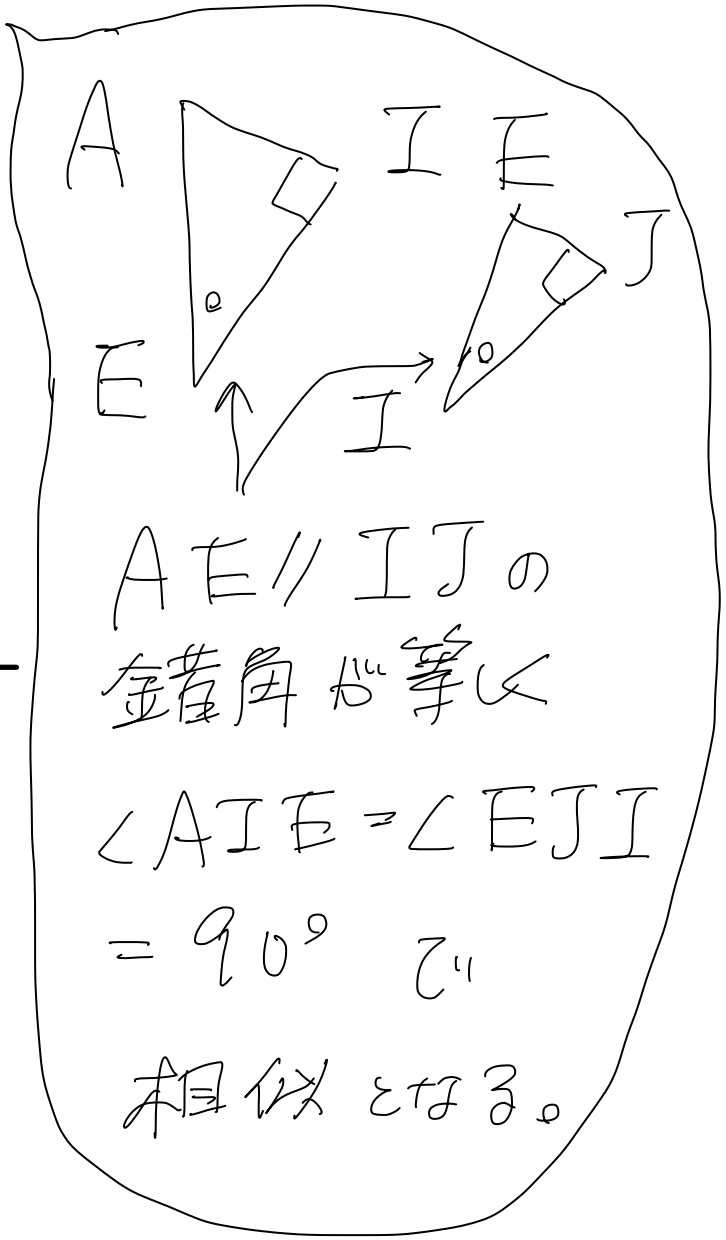
△AEI ∽ △EIJ より

AE : EI = IE : JI

3 : $\sqrt{6}$ = $\sqrt{6}$: JI

3JI = 6

JI = 2



□EFGH = 3×3 = 9

よって求める体積は

$9 \times 2 \times \frac{1}{3} = 6\,cm^2$ //

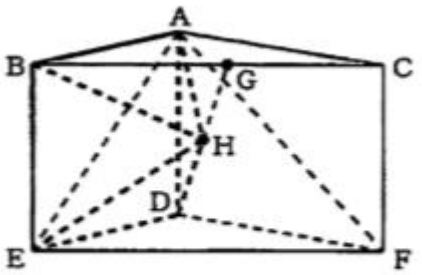
【28A】

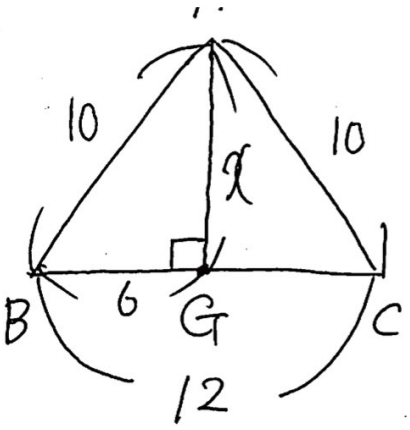
図で，A，B，C，D，E，Fを頂点とする立体は，△ABC，△DEFを底面とし，側面がすべて長方形である三角柱で，Gは辺BCの中点，Hは線分GDと平面AEFとの交点である。

AB＝AC＝10 cm，BC＝12 cm，AD＝6 cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分GDの長さは何cmか，求めなさい。

② 四角すいHABEDの体積は何cm³か，求めなさい。





三平方

GDは△AGDの三平方の定理で求めることを目指す。

$GD^2 = AG^2 + AD^2$

$AG^2 + BG^2 = AB^2$

$x^2 + 36 = 100$

$x^2 = 64$

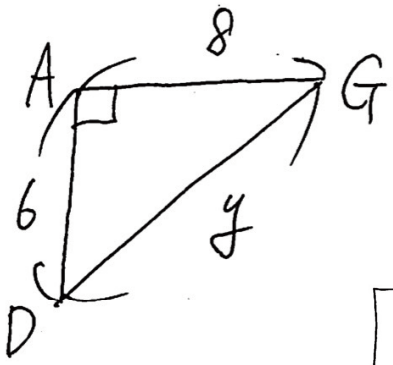
$x = 8$

$GD^2 = AD^2 + AG^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

$GD = 10$ cm

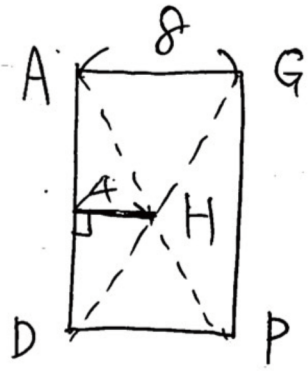


Point

空間図形で長さを求める問題は，その辺を含む平面を切りとって考える。（今回だと△ADG）

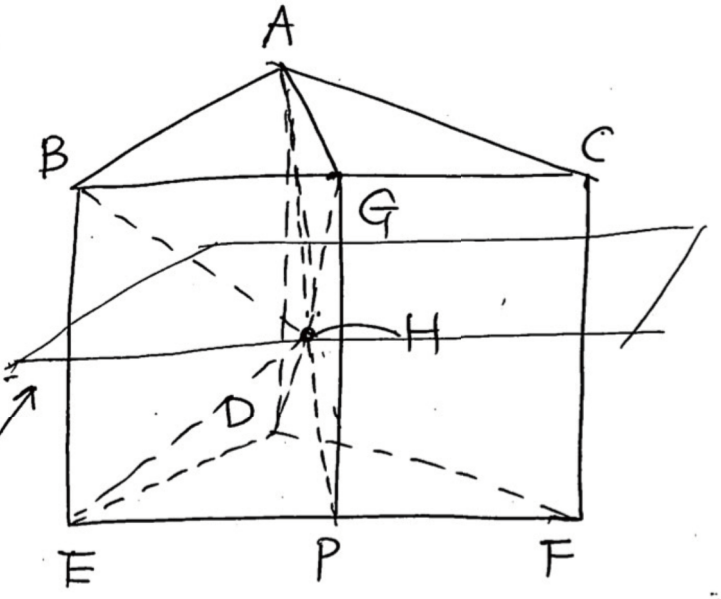
② 流れ

四角錐HABEDの高さ（Hと面ABEDとのキョリ）を求めて体積を求める。

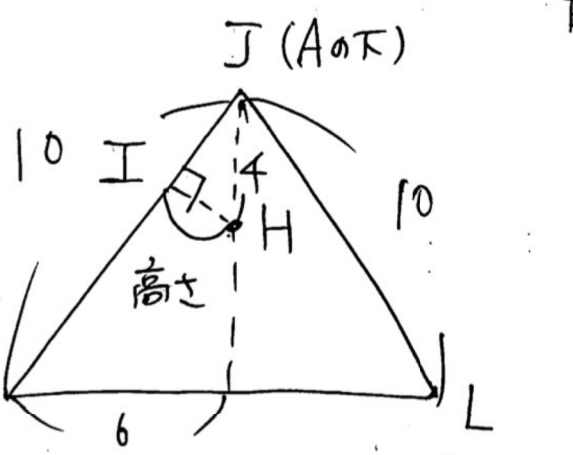


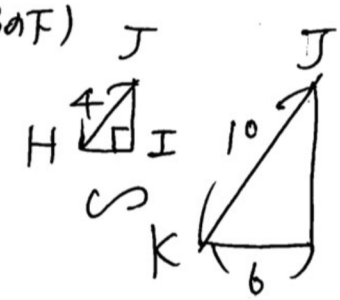
$JH = \frac{1}{2}AG$

$= 4$



Hを通り、面ABEDと平行な面で切り、高さを求める。





なので

$4 : 10 = HI : 6$

$10HI = 24$

$HI = \frac{12}{5}$

よって求める体積は

$\square ABED \times HI \times \frac{1}{3}$

$6 \times 10 \times \frac{12}{5} \times \frac{1}{3}$

$48\ cm^3$ //

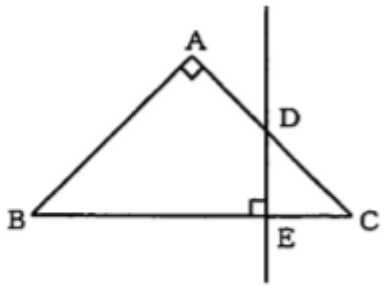
【28B】

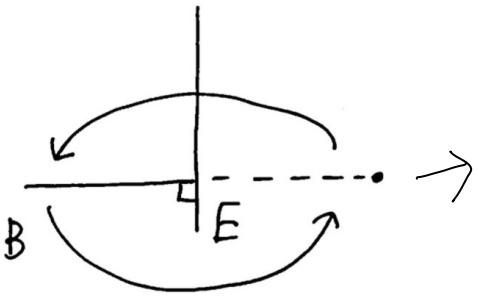
図で，△ＡＢＣはＡＢ＝ＡＣの直角二等辺三角形で，Ｄは辺ＡＣの中点であり，Ｅは辺ＢＣ上の点で，∠ＤＥＢ＝90°である。

ＢＣ＝４cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＢＥを，直線ＤＥを回転の軸として１回転させてできる図形の面積は何cm²か，求めなさい。

② 四角形ＡＢＥＤを，直線ＤＥを回転の軸として１回転させてできる立体の体積は何cm³か，求めなさい。

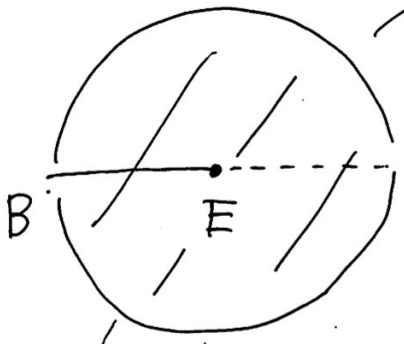




→ この円の面積を求めればよい。

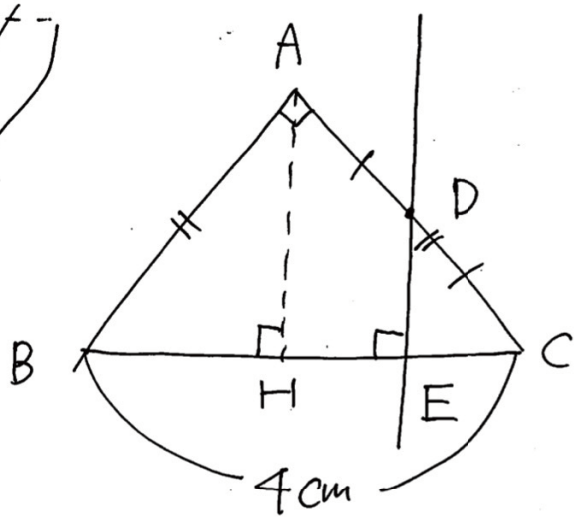
これより半径BEの長さを求める。

上から見ると、



→ この円の面積を求めればよい。

これより半径BEの長さを求める。



（中点）

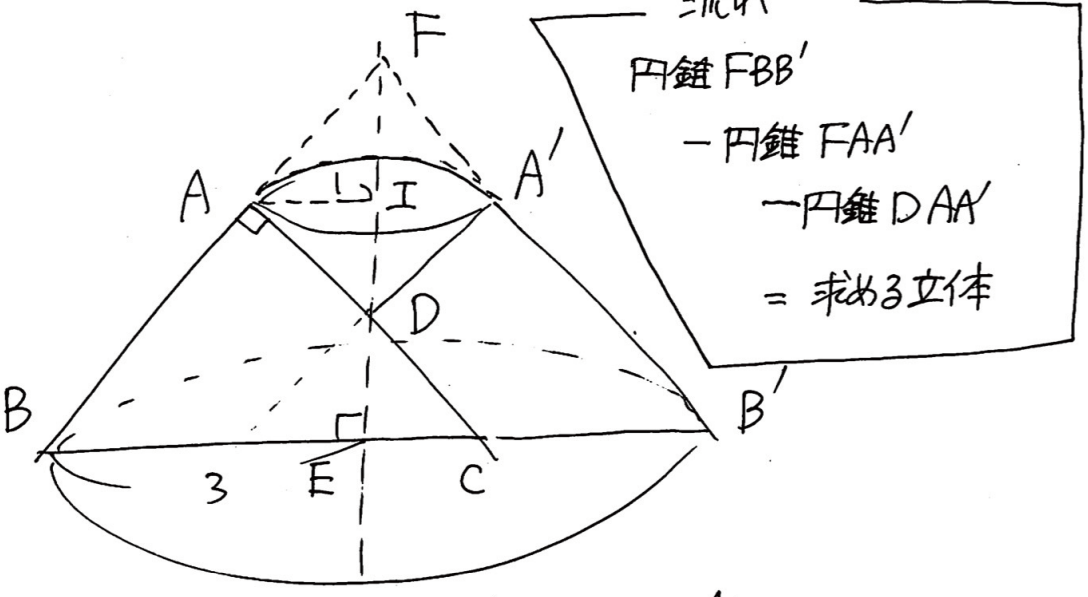
△ACHでDはACの中点でAH//DE，AD:DC=1:1

なのでHE:EC=1:1 なのでBE:EC=3:1

つまりBE=3cm

→ 面積 = $3\times3\times\pi = 9\pi$ cm² //

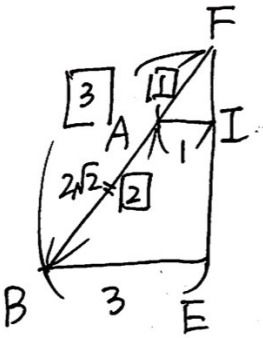
5(3) ②



流れ
円錐 FBB′
－円錐 FAA′
－円錐 DAA′
＝求める立体

△ECD≡△IAD より AI＝EC＝1

△ABC は直角二等辺三角形 より となり AB＝$2\sqrt{2}$



となり FB＝$3\sqrt{2}$

$FE=\sqrt{FB^2-BE^2}$
$=\sqrt{18-9}=3$ cm

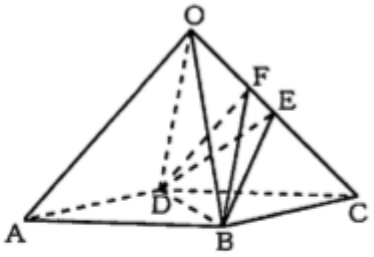
FI：IE＝1：2 より
FI＝1 cm
IE＝2 cm

円錐 FBB′＝$3\times3\times\pi\times3\times\frac{1}{3}=9\pi$ cm³
円錐 FAA′＝$1\times1\times\pi\times1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\pi$ cm³
〃 DAA′＝ ↓同じ

$9\pi-\frac{1}{3}\pi-\frac{1}{3}\pi$
$=\frac{25}{3}\pi$ (cm³)
//

【29B】

図で，立体ＯＡＢＣＤは，正方形ＡＢＣＤを底面とする正四角すいである。Ｅは辺ＯＣの中点，Ｆは辺ＯＣ上の点で，ＯＦ：ＦＣ＝１：２である。

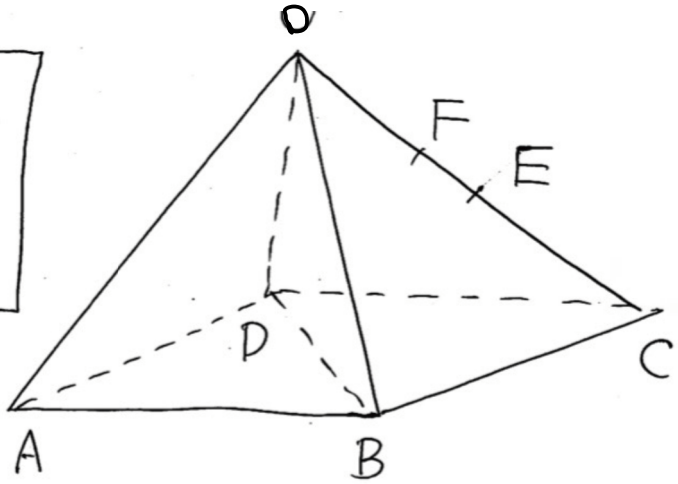


正四角すいＯＡＢＣＤのすべての辺の長さが６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＦＢの長さは何cmか，求めなさい。

② Ｂ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とする三角すいの体積は何cm^3か，求めなさい。

条件
- □ABCD＝正方形
- E＝OCの中点
- OF：FC＝1：2
- 正四角錐OABCDは全て6cmの辺



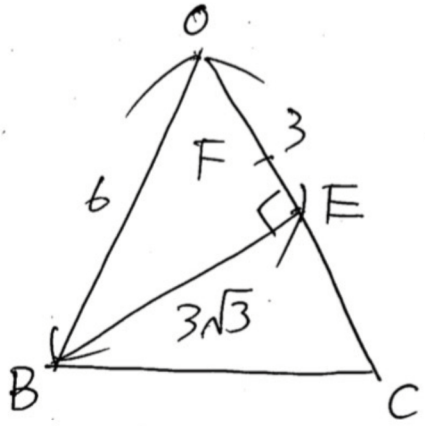
① FBの長さ → 平面OBCで考える。

正四角錐なので△OBC＝正三角形

Eは中点なので OE＝3 となり

∠OEB＝90°となり

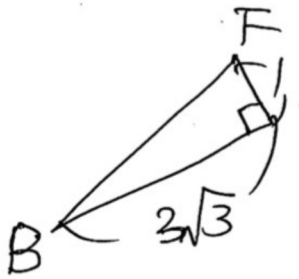
BE＝$3\sqrt{3}$cm



OF：FC＝1：2より

OF＝2cm となり

FE＝1cm



三平方の定理より

$FB^2 = 1^2 + (3\sqrt{3})^2 = 1 + 27 = 28$

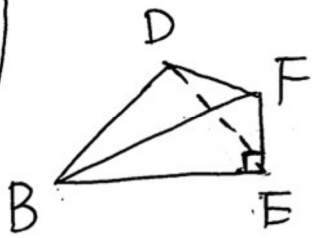
よって $FB = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ cm

//

3(2) ② B, D, E, F を頂点とする三角錐の体積

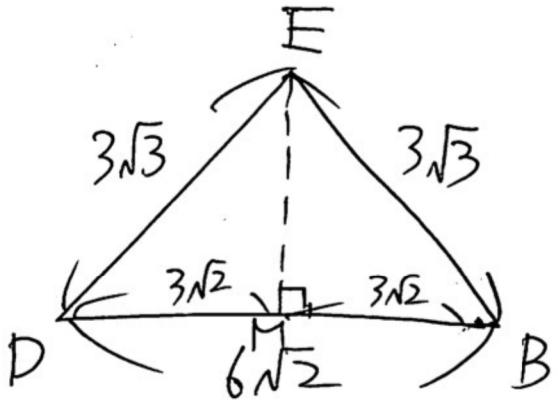
(1)より △BED ⊥ FE の関係となるので

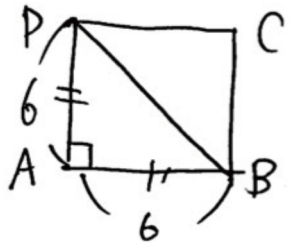
先の見通しとして



$= \underset{(底面)}{\triangle BED} \times \underset{(高さ)}{\overset{1}{\overset{\shortparallel}{FE}}} \times \frac{1}{3}$ で求められる。ことがわかる。 (※)

△BEDの面積を求める。





より BD $= 6\sqrt{2}$ cm

△BEDの高さEMを求める。

$ED^2 = EM^2 + DM^2$

$(3\sqrt{3})^2 = EM^2 + (3\sqrt{2})^2$

$27 = EM^2 + 18$

$9 = EM^2 \quad EM = 3$

よって $\triangle BED = \underset{\substack{(底辺)\\DB}}{6\sqrt{2}} \times \underset{\substack{(高さ)\\EM}}{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2}\ cm^2$

(※)より 体積 $= 9\sqrt{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = 3\sqrt{2}\ cm^3$ //

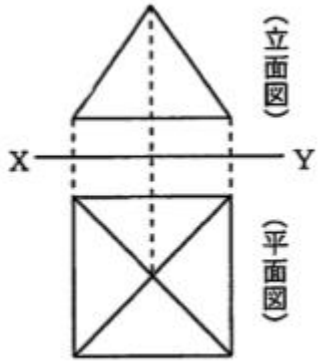
愛知県公立入試問題過去問６２【３年】

「　相似・体積（三平方あり②　H25～H27A）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　）

【25A】　図は，ある立体の投影図である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。



① この立体は，次のアからエまでのいずれかである。正しいものを１つ選んで，そのかな符号を書きなさい。

ア　四面体　　イ　三角柱

ウ　四角すい　　エ　三角すい

② この立体の１辺の長さがすべて６cmであるとき，この立体の体積は何cm^3か，求めなさい。

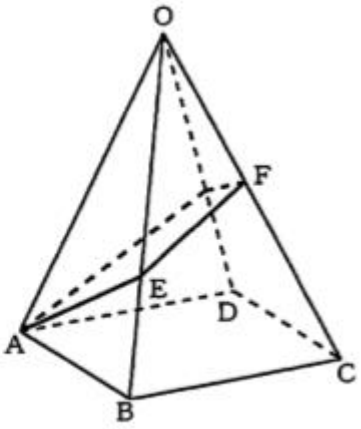
【25B】

図で，立体ＯＡＢＣＤは正四角すいである。正四角すいの側面に，頂点Ａから辺ＯＢ，ＯＣ，ＯＤと交わり，頂点Ａに戻るように糸を１周かけ，その糸の長さが最短となるときの糸と辺ＯＢ，ＯＣとの交点をそれぞれＥ，Ｆとする。

ＯＡ＝ 6 cm，∠ＡＯＢ＝ 30° のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＦＣの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＡＢＥの面積は何cm^2か，求めなさい。



【26A】

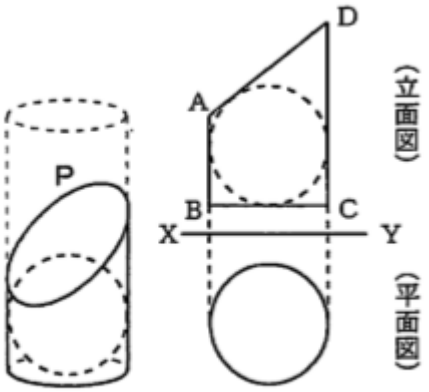
図Ⅰで，Ｐは，円柱を体積がちょうど半分になるように斜めに平面で切った立体である。この立体Ｐの中に，球が入っている。図Ⅱは，その投影図である。

図Ⅱの四角形ＡＢＣＤは，∠ＡＢＣ＝∠ＢＣＤ＝90°の台形で，立面図の円は台形の４辺に接している。

ＡＢ＝ 6 cm，ＤＣ＝ 12 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 図Ⅱの辺ＡＤの長さは何cmか，求めなさい。

② 立体Ｐの体積は球の体積の何倍か，求めなさい。



図Ⅰ　　図Ⅱ

【27B】

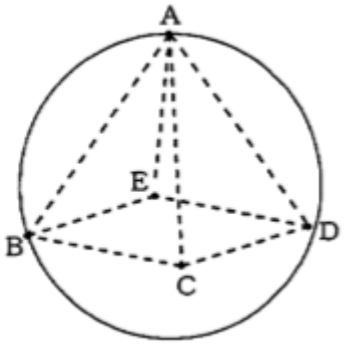
図で，A，B，C，D，Eは球の表面上の点であり，立体ＡＢＣＤＥは正四角すいである。

球の半径が６㎝，ＢＣ＝８㎝のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，球の中心は正四角すいの中にあるものとする。

① 球の表面積は何cm^2か，求めなさい。

② 正四角すいＡＢＣＤＥの体積は何cm^3か，求めなさい。



愛知県公立入試問題過去問６２【３年】

「　相似・体積（三平方あり②　H25～H27A）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　）

【25A】　図は，ある立体の投影図である。

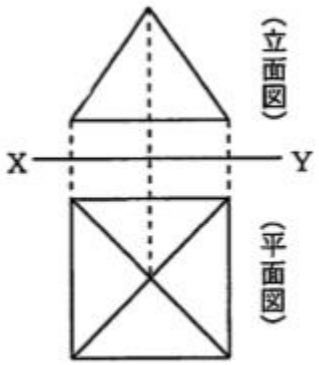
このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① この立体は，次のアからエまでのいずれかである。正しいものを１つ選んで，そのかな符号を書きなさい。

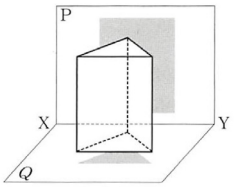
ア　四面体　　イ　三角柱

ウ　四角すい　　エ　三角すい

② この立体の１辺の長さがすべて６cmであるとき，この立体の体積は何cm³か，求めなさい。



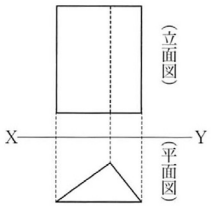
真正面から見た図を立面図（りつめんず）といい，真上から見た図を平面図（へいめんず）といいます。
また，立面図と平面図をあわせて，投影図（とうえいず）といいます。



① ・上から見た「平面図」が『四角』

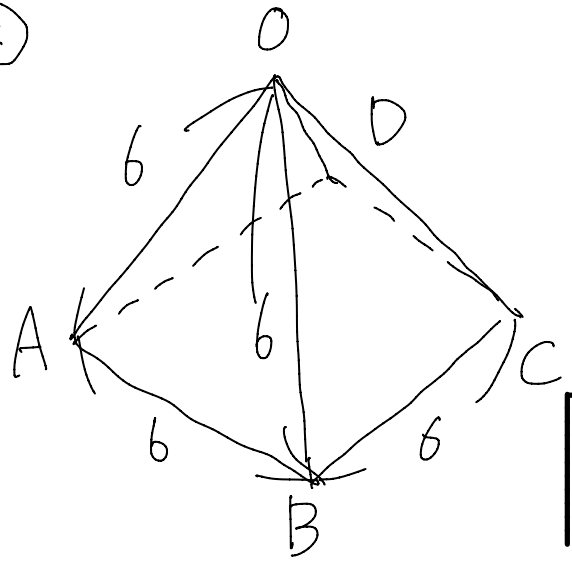
・正面から見た「立面図」が『三角』→錐体

以上から　四角すい　ウ　//



---

②



すべての辺の長さが6cmなので，底面⇨正方形

側面⇨正三角形

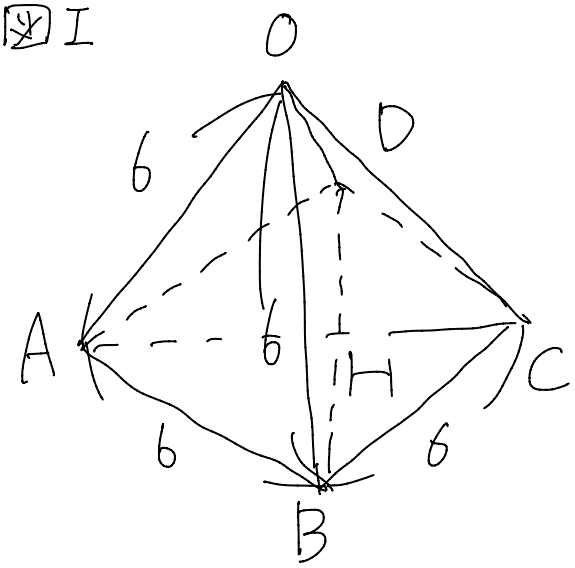
となり左図のようになる。

体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$

底面積＝正方形ABCD＝6×6＝36

次のページから「高さ」を求めていく。

図I



・高さ＝底面ABCDと頂点Oを垂線で結んだときの長さ。

(?) 高さは底面のどこからの長さなのか

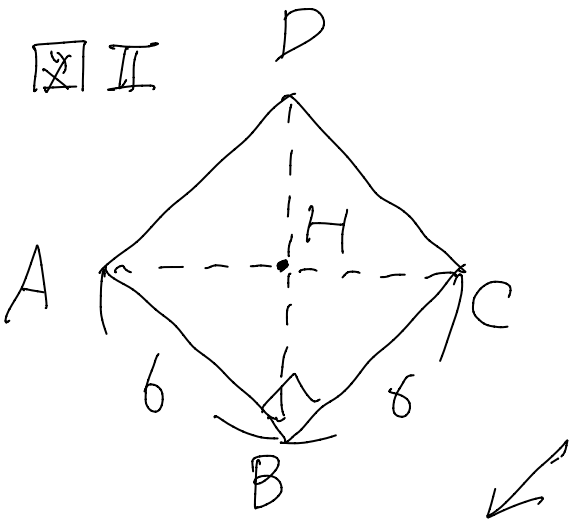
⟶ 真上から見る。(図II)

つまり 対角線の交点の位置

正方形は平行四辺形の仲間なので対角線はそれぞれの中点で交わる。

つまり AH＝HC

図II



ACの長さがわかればよい。

△ABCで三平方の定理を用いると、

$AC=\sqrt{6^2+6^2}$

$AC=6\sqrt{2}$ より2

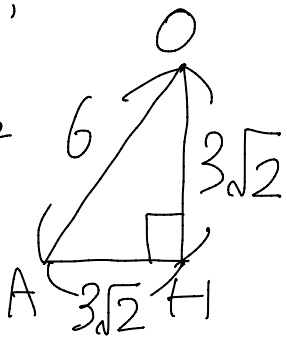
よって $AH=3\sqrt{2}$

△OAHで三平方の定理を用いると、

$OH=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}$ ←(高さ)

$=\sqrt{36-18}$

$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$



よって $6\times6\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=36\sqrt{2}\,cm^3$

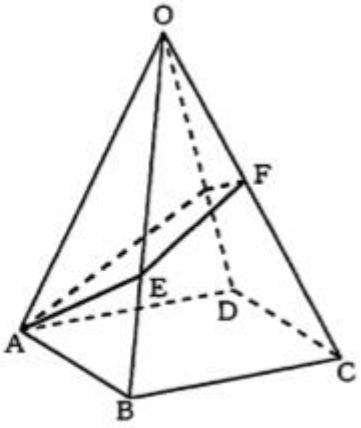
【25B】

図で，立体ＯＡＢＣＤは正四角すいである。正四角すいの側面に，頂点Ａから辺ＯＢ，ＯＣ，ＯＤと交わり，頂点Ａに戻るように糸を１周かけ，その糸の長さが最短となるときの糸と辺ＯＢ，ＯＣとの交点をそれぞれＥ，Ｆとする。

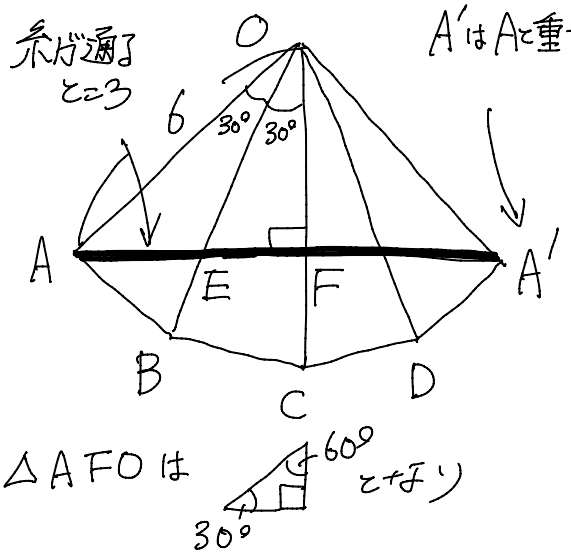
ＯＡ＝６cm，∠ＡＯＢ＝30°のとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＦＣの長さは何cmか，求めなさい。

② △ＡＢＥの面積は何cm²か，求めなさい。

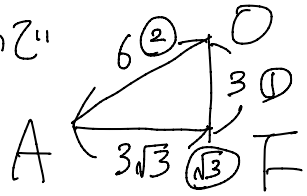


① 側面OABCDの展開図をかくと、



△AFOは となり

1:2:√3 の直角三角形なので

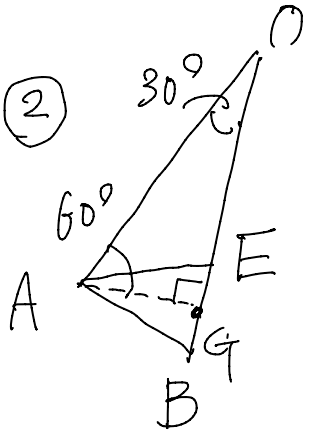


よって

$FC = OC - OF$

$= 6 - 3$

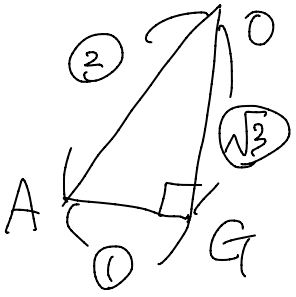
$= 3\text{cm}$ //

② 

△ABEを求めるために

AGなる高さを設定すると、

△OAGは30°60°90°の直角三角形になる。



なので

AO＝6cm

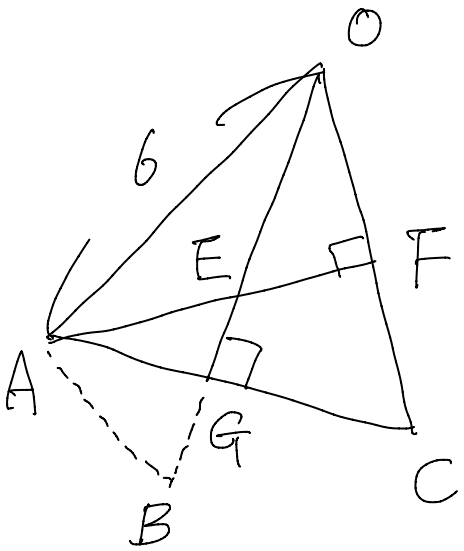
より

AG＝高さ

＝3cm

→次のページで

△ABEの底辺EBの長さを求める。



正三角形の頂点からの対辺への垂線の交点は「重心」といい、2:1に内分する点となる。

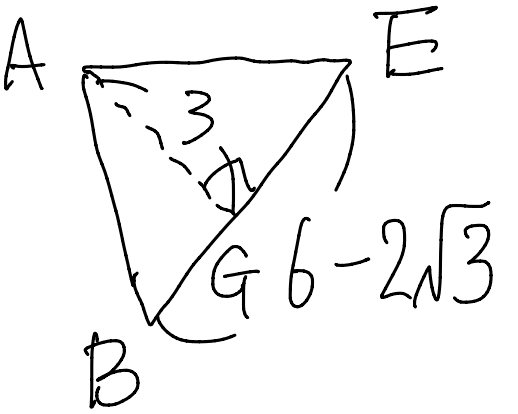
(例) OE:EG=2:1
AE:EF=2:1

OA=6cmより 1:2:$\sqrt{3}$より

OG=$3\sqrt{3}$ となり

$OE = OG \times \frac{2}{3} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$

よって $EB = OB - OE$
$= 6 - 2\sqrt{3}$



前ページで AG=3 とわかったので $\triangle ABE = BE \times AG \times \frac{1}{2}$

$\triangle ABE = (6-2\sqrt{3}) \times 3 \times \frac{1}{2}$

$= (18-6\sqrt{3}) \times \frac{1}{2} = 9-3\sqrt{3}\ (cm^2)$

【26A】

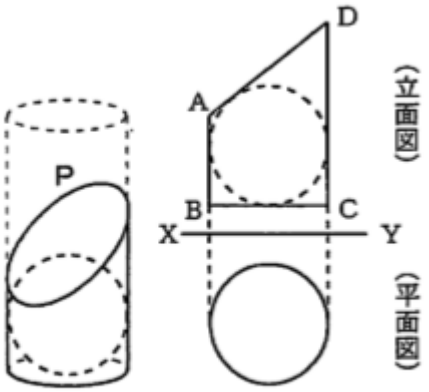
図Ⅰで，Pは，円柱を体積がちょうど半分になるように斜めに平面で切った立体である。この立体Pの中に，球が入っている。図Ⅱは，その投影図である。

図Ⅱの四角形ABCDは，∠ABC＝∠BCD＝90°の台形で，立面図の円は台形の4辺に接している。

AB＝ 6 cm，DC＝ 12 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

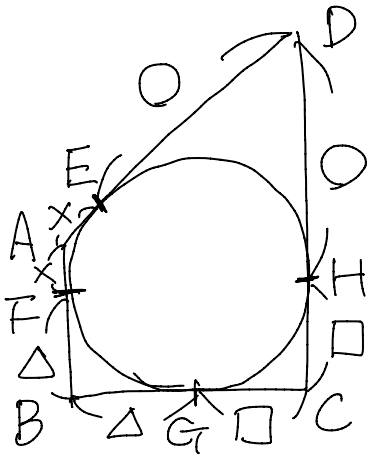
① 図Ⅱの辺ADの長さは何cmか，求めなさい。

② 立体Pの体積は球の体積の何倍か，求めなさい。



図Ⅰ　　図Ⅱ

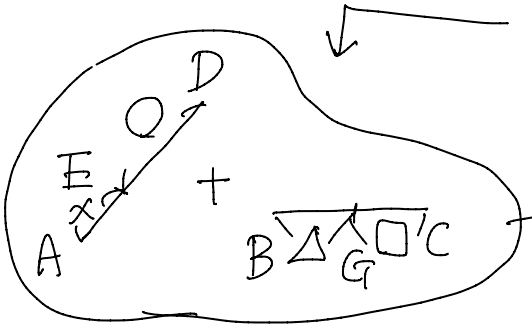
①



円の外部の点から引かれる接線の長さは等しいことを利用する。

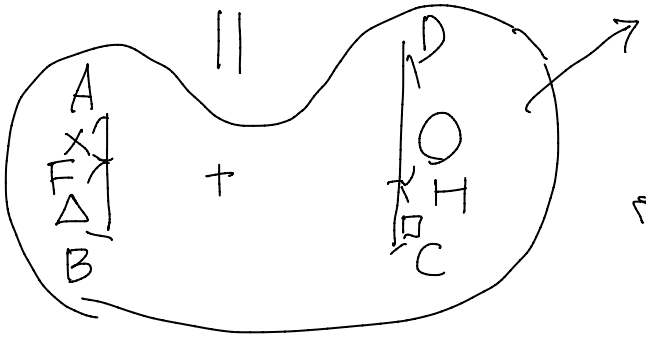
接点をそれぞれE，F，G，Hとし，接点の長さを○，×，△，□と記すと，

外接四角形の向かい合う辺の和が他方の和に等しいことがわかる。

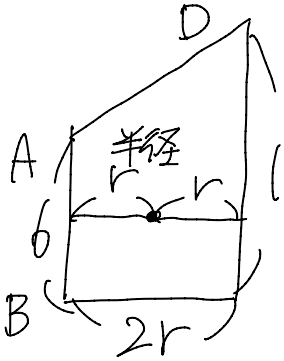


→全ての和は

○＋×＋△＋□



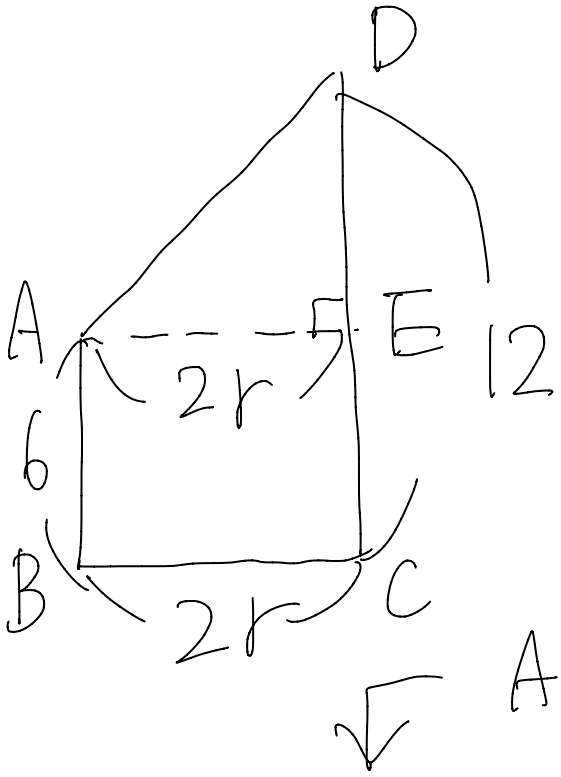
これを利用すると，



↙となり

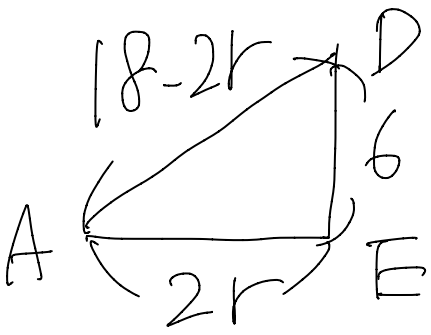
12　AD＝18－2r

となる。



$DE = DC - \underbrace{EC}_{=AB}$

$= 12 - 6 = 6$



三平方の定理より

$AD^2 = AE^2 + DE^2$

$(18-2r)^2 = (2r)^2 + (6)^2$

$324 - 72r + \cancel{4r^2} = \cancel{4r^2} + 36$

$288 = 72r$

$r = 4$

$AD = 18 - 2r$

$= 18 - 2 \times 4$

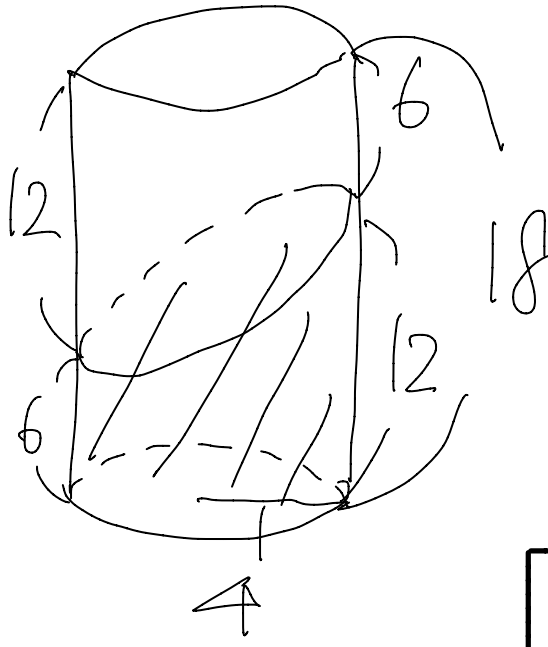
$= 10$

10cm //

〔A〕

図Ⅰで，Pは，円柱を体積がちょうど半分になるように斜めに平面で切った立体である。この立体Pの中

と、問題文でいっているので図のようになる。



の体積

$= 4 \times 4 \times \pi \times 18 \times \frac{1}{2}$

$= 144\pi \ (cm^3)$

球の体積

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi \ (cm^3)$

$144\pi \div \frac{256}{3}\pi = \overset{9}{\cancel{144}} \times \frac{3}{\underset{16}{\cancel{256}}} = \frac{27}{16}$ 倍 //

【~~27B~~】 27A

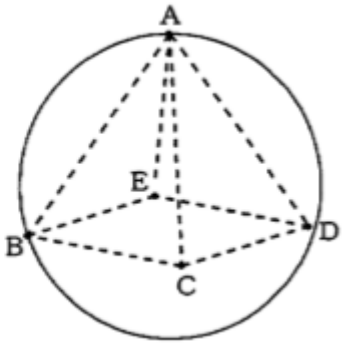
図で，A，B，C，D，Eは球の表面上の点であり，立体ＡＢＣＤＥは正四角すいである。

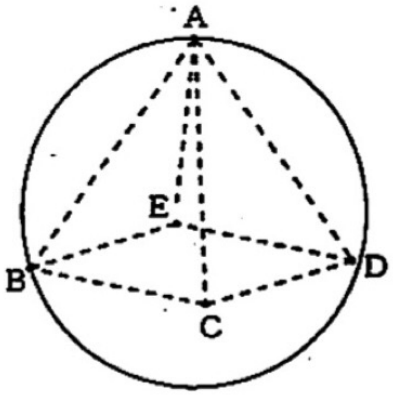
球の半径が６cm，ＢＣ＝８cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

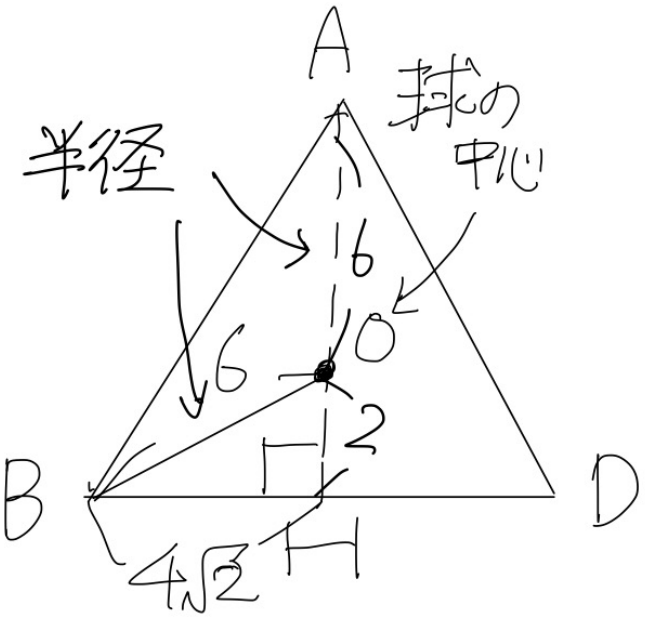
ただし，球の中心は正四角すいの中にあるものとする。

① 球の表面積は何cm²か，求めなさい。

② 正四角すいＡＢＣＤＥの体積は何cm³か，求めなさい。







△OBHにおいて
三平方の定理を
用いるとOHが求まる。

$OH=\sqrt{(BO)^2-(BH)^2}$

$=\sqrt{36-32}=\sqrt{4}$

$=2$

よってAH＝8
となり
求める体積は

$\square BCDE \times AH \times \frac{1}{3} = 64 \times 8 \times \frac{1}{3}$

$= \frac{512}{3}(cm^3)$ //

愛知県公立入試問題過去問６１【３年】

「　相似・体積（三平方あり①　H22～H24）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　）

【２２A】　図Ⅰのように，高さがともに 24 cmである円すい形の容器Ａと，正四角柱の鉄のおもりＢがある。

容器Ａを底面が水平になるようにして水で満たし，その中に鉄のおもりＢを底面を水平にして静かに沈めたところ，図ⅡのようにおもりＢはその高さの$\frac{1}{2}$まで沈んだところで容器Ａに４点で触れて静止した。

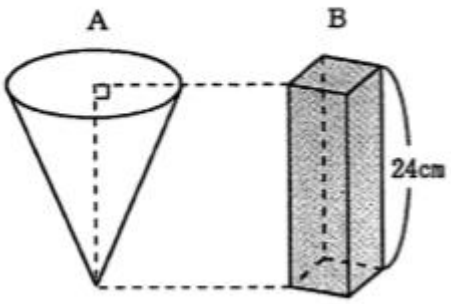
あふれ出た水の体積が 600 cm^3であったとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，容器Ａの厚さは考えないものとする。

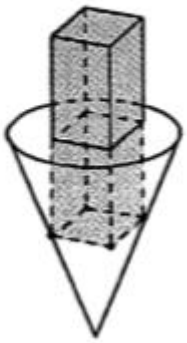
①　おもりＢの底面の正方形の１辺の長さは何cmか，求めなさい。

②　容器Ａの側面積は何cm^2か，求めなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



【２２B】

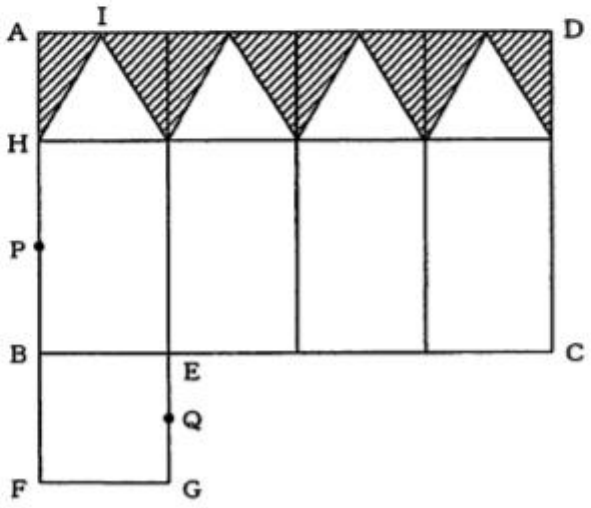
下の図で，四角形ＡＢＣＤは長方形，Ｅは辺ＢＣ上の点で，$ＢＥ＝\frac{1}{4}ＢＣ$，四角形ＢＦＧＥは正方形である。また，Ｈ，Ｉはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＤ上の点で，$ＡＨ＝\frac{1}{3}ＡＢ$，$ＡＩ＝\frac{1}{8}ＡＤ$である。

この図から△ＡＨＩと合同な８つの三角形（図の▨部分）を切り取って，底面が正方形で，底面に隣り合う面が４つの長方形，残りの面が４つの二等辺三角形である九面体の展開図をつくる。

ＡＢ＝ 15 cm，ＢＣ＝ 24 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

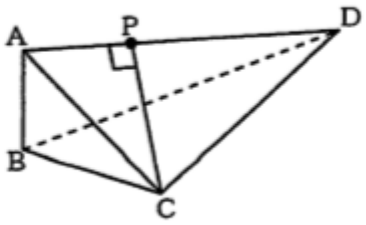
① 線分ＨＢ，ＥＧの中点をそれぞれＰ，Ｑとする。この展開図を組み立てて九面体をつくったとき，線分ＰＱの長さは何cmか，求めなさい。

② この展開図を組み立ててできる九面体の体積は何cm^3か，求めなさい。



【２４A】

図は，∠ＡＢＣ＝∠ＡＢＤ＝∠ＢＣＤ＝90°の三角すいＡＢＣＤである。また，Ｐは辺ＡＤ上の点で，ＡＤ⊥ＰＣである。



ＡＢ＝２cm，ＢＣ＝３cm，ＣＤ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　三角すいＡＢＣＤの体積は何cm^3か，求めなさい。

②　線分ＰＣの長さは何cmか，求めなさい。

【２４B】

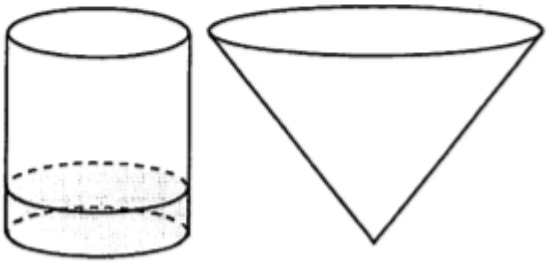
図Ⅰで，Aは水が入った円柱の容器，Bは円すい形の空の容器で，A，Bともに底面が水平になるように置いてある。容器Aの水を容器Bにすべて入れ，その中に球の形をしたおもりを入れたところ，図Ⅱのように，ちょうど球が水面にかくれた。

容器Aの底面の半径が 5 cm，容器Bの底面の半径が 9 cm，高さがともに 12 cm，球の半径が 3 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

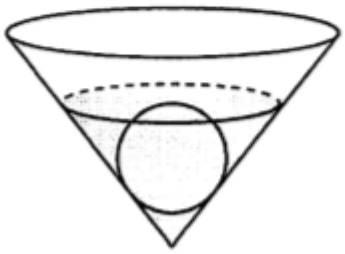
① 球の体積は何cm^3か，求めなさい。

② 図Ⅰの容器Aの水面の高さは何cmか，求めなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



愛知県公立入試問題過去問６１【３年】

「　相似・体積（三平方あり①　H22～H24）　」

（　　）組（　　）番　氏名（　　）

【２２A】　図Ⅰのように，高さがともに 24 cmである円すい形の容器Aと，正四角柱の鉄のおもりBがある。

容器Aを底面が水平になるようにして水で満たし，その中に鉄のおもりBを底面を水平にして静かに沈めたところ，図ⅡのようにおもりBはその高さの$\frac{1}{2}$まで沈んだところで容器Aに４点で触れて静止した。

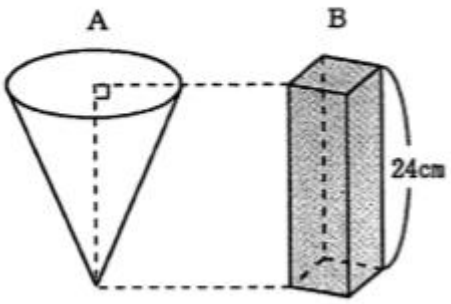
あふれ出た水の体積が 600 cm^3であったとき，次の①，②の問いに答えなさい。

ただし，容器Aの厚さは考えないものとする。

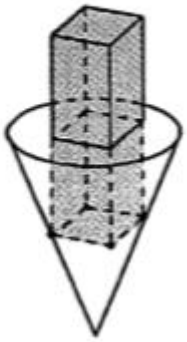
①　おもりBの底面の正方形の１辺の長さは何cmか，求めなさい。

②　容器Aの側面積は何cm^2か，求めなさい。

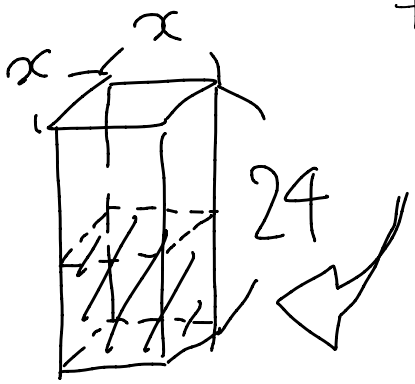
図Ⅰ



図Ⅱ



① 正四角柱の底面の辺の長さを x cmとする。



沈んだ体積

＝あふれ出た水の体積

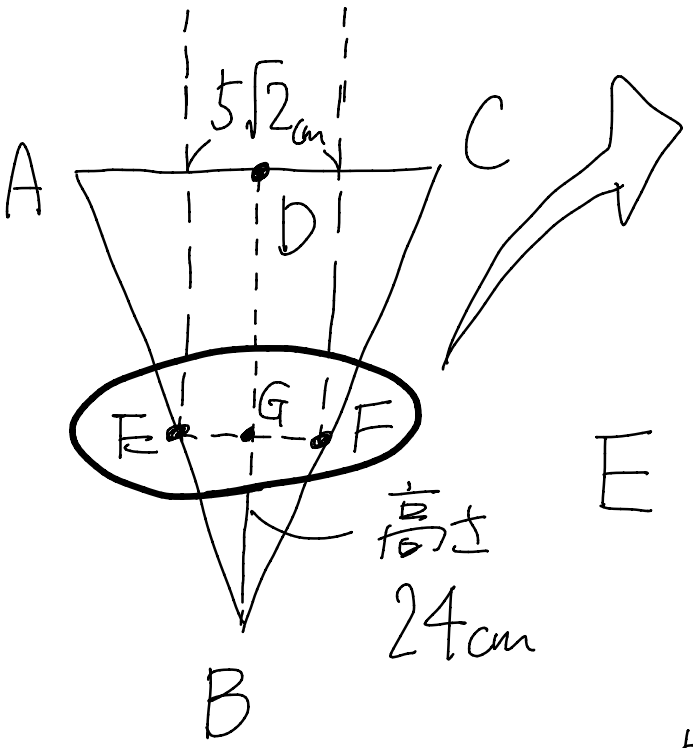
$$x \times x \times 24 \times \frac{1}{2} = 600$$

$$12x^2 = 600$$

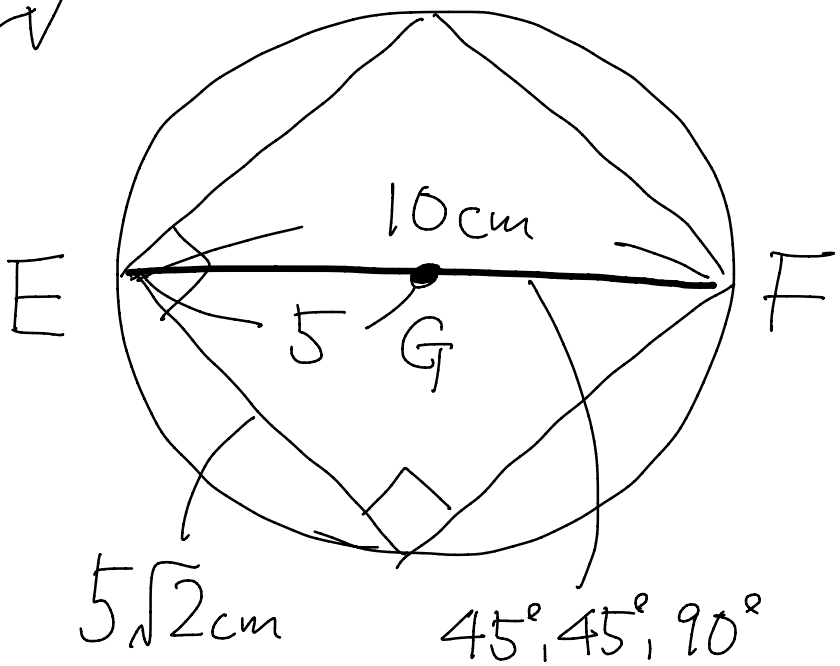
$$x^2 = 50$$

$$x = 5\sqrt{2}$$

求める辺の長さは $5\sqrt{2}$ cm



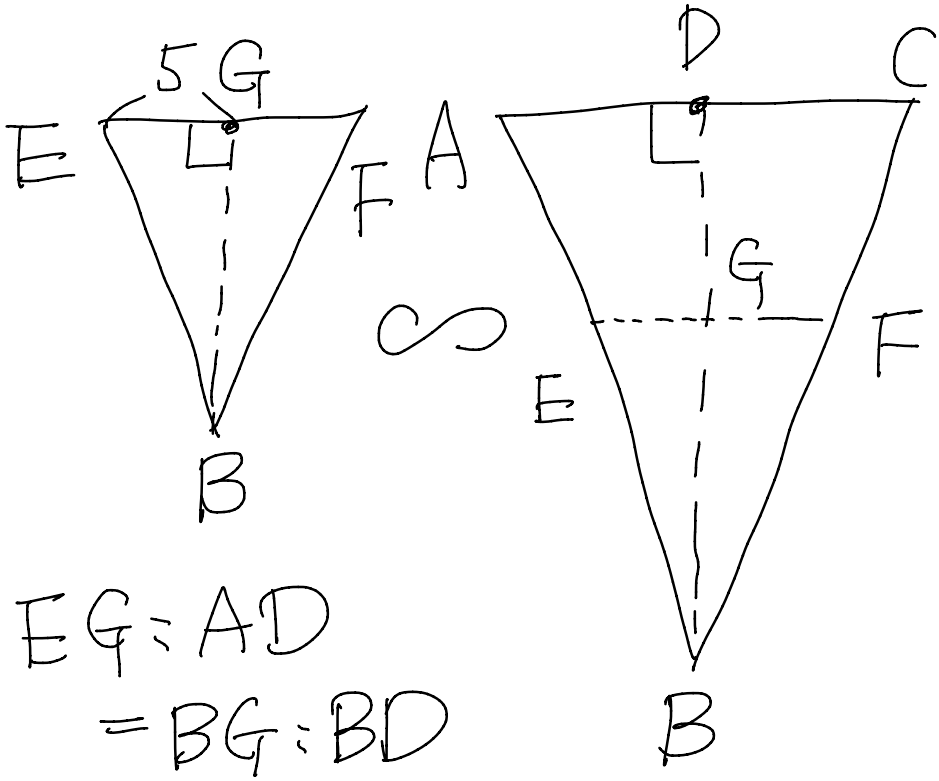
ここを上から見ると、



45°, 45°, 90°
なので
1:1:$\sqrt{2}$より
EF=10cm

よってEG
=5cm

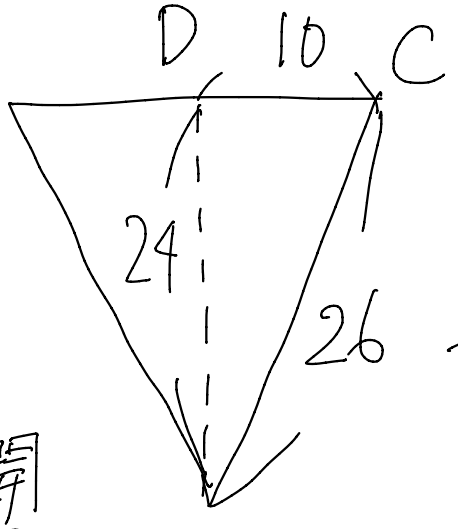
・手前から見ると



EG:AD
=BG:BD

5:AD → AD=10cm
=12:24

次のページへ



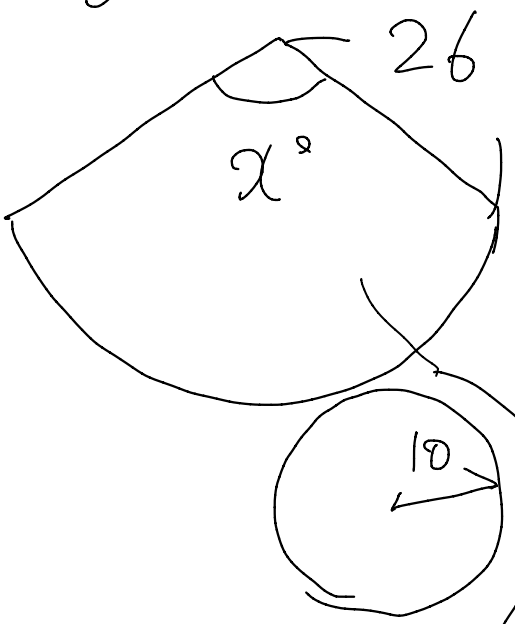
左図より

$CB=\sqrt{10^2+24^2}$

$=\sqrt{676}=26$ cm

2)676
2)338
169 ← 13の2乗

展開すると



おうぎ形の弧の長さ

＝底面の円の周の長さ

より

$26\times2\times\pi\times\frac{x}{360}=10\times2\times\pi$

$\frac{x}{360}=\frac{10}{26}$

面積の式

$26\times26\times\pi\times\frac{x}{360}$

$=26\times26\times\pi\times\frac{10}{26}=260\pi$ cm²

Point

面積の式で $\frac{x}{360}$ を使うのでここでは最後まで計算しませんでした。

【２２B】

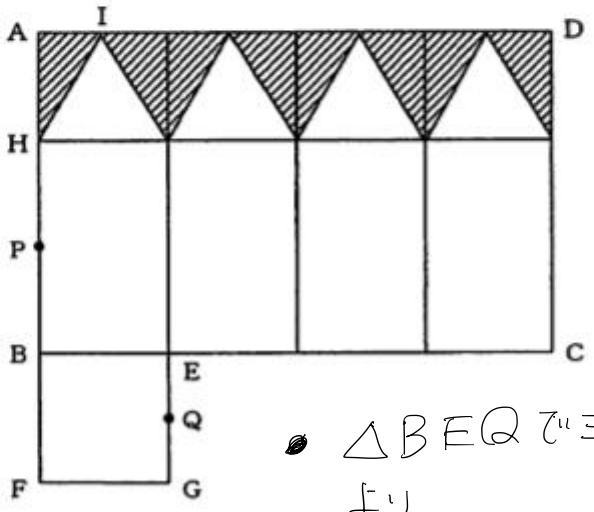
下の図で，四角形ＡＢＣＤは長方形，Ｅは辺ＢＣ上の点で，$BE=\frac{1}{4}BC$，四角形ＢＦＧＥは正方形である。また，Ｈ，Ｉはそれぞれ辺ＡＢ，ＡＤ上の点で，$AH=\frac{1}{3}AB$，$AI=\frac{1}{8}AD$である。

この図から△ＡＨＩと合同な８つの三角形（図の▨部分）を切り取って，底面が正方形で，底面に隣り合う面が４つの長方形，残りの面が４つの二等辺三角形である九面体の展開図をつくる。

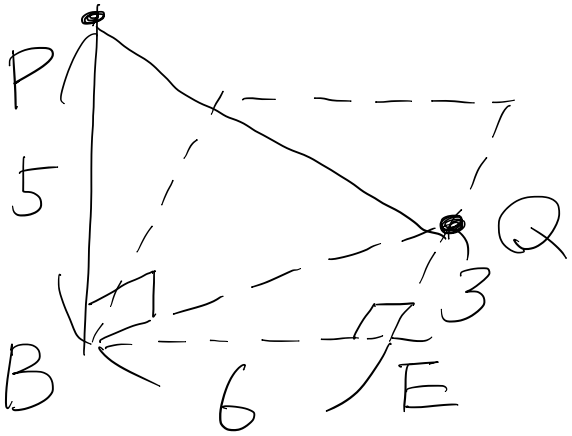
ＡＢ＝ 15 cm，ＢＣ＝ 24 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 線分ＨＢ，ＥＧの中点をそれぞれＰ，Ｑとする。この展開図を組み立てて九面体をつくったとき，線分ＰＱの長さは何cmか，求めなさい。

② この展開図を組み立ててできる九面体の体積は何cm^3か，求めなさい。



①



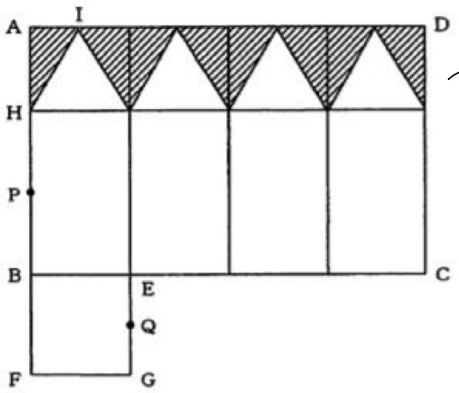
・△BEQで三平方の定理より

$$BQ=\sqrt{BE^2+BQ^2}$$
$$=\sqrt{6^2+3^2}$$
$$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ cm$$

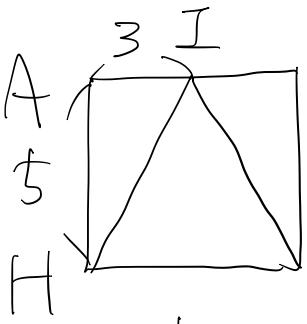
・△PBQで同様にして

$$PQ=\sqrt{PB^2+BQ^2}$$
$$=\sqrt{5^2+(3\sqrt{5})^2}$$
$$=\sqrt{25+45}$$
$$=\sqrt{70}\ cm$$ //

②



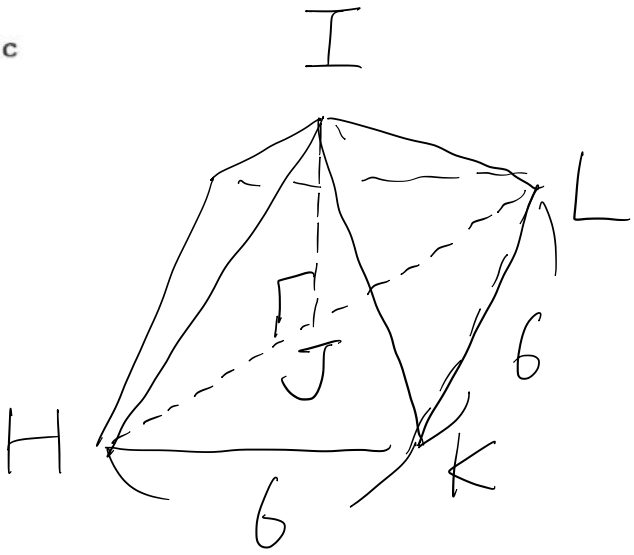
→ 上の正四角錐の体積を求めるために高さを求める。



↓

$HI=\sqrt{5^2+3^2}$

$=\sqrt{34}$



$HL=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

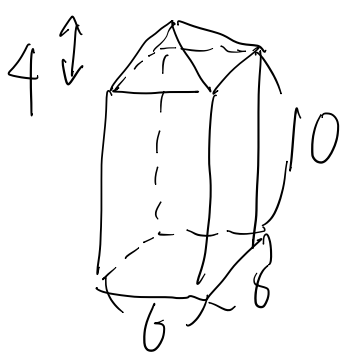
$HJ=\frac{1}{2}HL=3\sqrt{2}$

$IJ=\sqrt{HI^2-HJ^2}$

$=\sqrt{34-18}=\sqrt{16}$

$=4$

求める体積は



$\underbrace{6\times6\times10}_{\text{下の直方体}}+\underbrace{6\times6\times4\times\frac{1}{3}}_{\text{上の四角錐}}$

$=408\,cm^3$ //

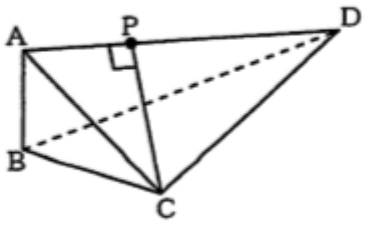
【24A】

図は，∠ＡＢＣ＝∠ＡＢＤ＝∠ＢＣＤ＝90° の三角すいＡＢＣＤである。また，Ｐは辺ＡＤ上の点で，ＡＤ⊥ＰＣである。

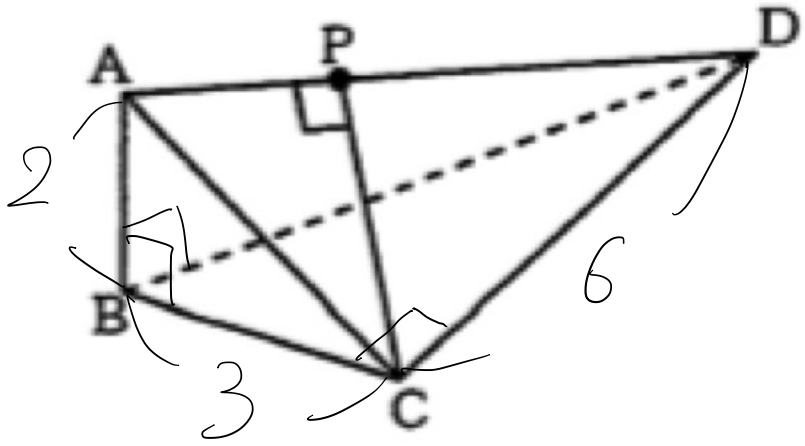
ＡＢ＝２cm，ＢＣ＝３cm，ＣＤ＝６cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 三角すいＡＢＣＤの体積は何cm^3か，求めなさい。

② 線分ＰＣの長さは何cmか，求めなさい。



①



求める体積 ＝ △BCD × 高さAB × $\frac{1}{3}$

＝ $3 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} = 6cm^3$

---

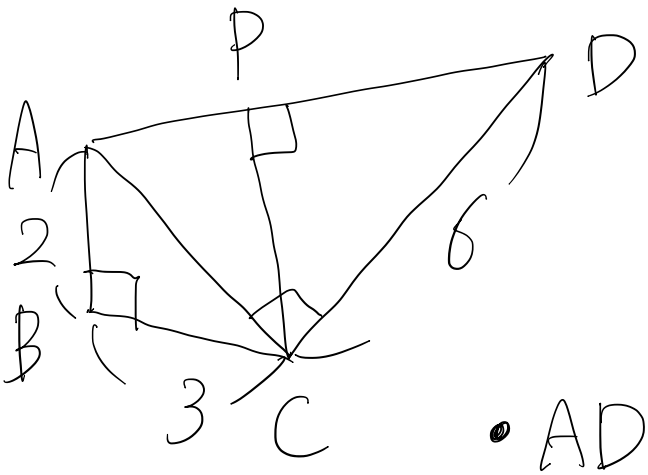
②

CD⊥面ABCより AC⊥CD

△ACDの面積を2通りで求めて，それらを等式で表に解く。

流れ

$AC \times CD \times \frac{1}{2} = AD \times PC \times \frac{1}{2}$



• $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

• $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2}$

$= \sqrt{13+36} = 7$

$AC \times CD \times \frac{1}{2} = AD \times PC \times \frac{1}{2}$ より

$\sqrt{13} \times 6 \times \frac{1}{2} = 7 \times PC \times \frac{1}{2}$ $\downarrow \div \frac{1}{2}$

$7PC = 6\sqrt{13}$

$PC = \frac{6\sqrt{13}}{7}$ cm

//

【24B】

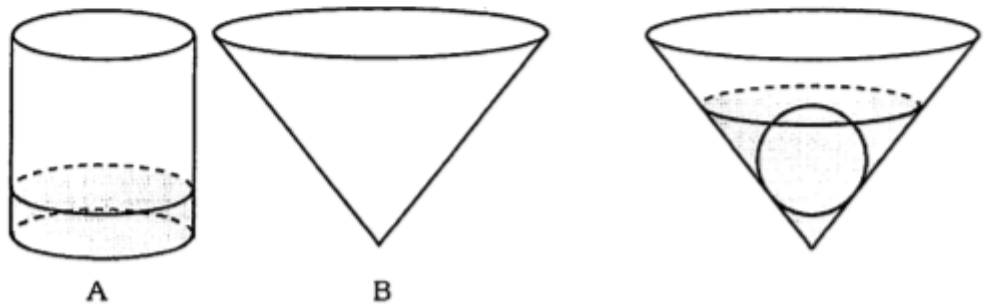
図Ⅰで，Aは水が入った円柱の容器，Bは円すい形の空の容器で，A，Bともに底面が水平になるように置いてある。容器Aの水を容器Bにすべて入れ，その中に球の形をしたおもりを入れたところ，図Ⅱのように，ちょうど球が水面にかくれた。

容器Aの底面の半径が 5 cm，容器Bの底面の半径が 9 cm，高さがともに 12 cm，球の半径が 3 cmのとき，次の①，②の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

① 球の体積は何cm³か，求めなさい。

② 図Ⅰの容器Aの水面の高さは何cmか，求めなさい。

図Ⅰ　　図Ⅱ

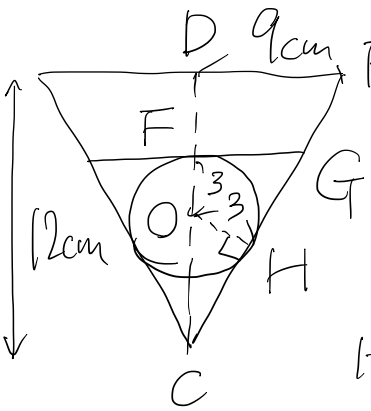


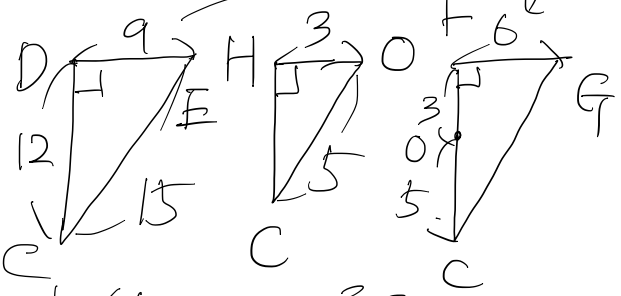
① 球の体積 $= \frac{4}{3}\pi r^3$ （r＝半径）

$= \frac{4}{\cancel{3}}\pi \times 3^{\cancel{3}\,2} = 36\pi$ (cm²)

---

② 図Ⅱを手前から見ると





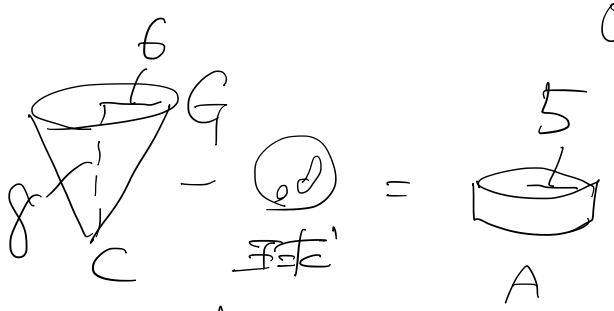
求める高さをhとした

上の相似な3つの三角形より

HC＝4，CE＝15 (3:4:5)

↓

OC＝5 → FC＝8



なので

$$\boxed{6\times6\times8\times\frac{1}{3}-36\pi = 5\times5\times\pi\times h}$$

$\frac{12}{5}$ cm

解くと