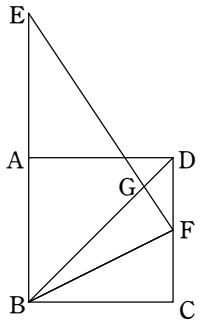
1 右図において，四角形 ABCD は 1 辺の長さが 6 cm の正方形である。B と D とを結ぶ。E は，直線 AB 上にあって A について B と反対側にある点であり，EA＝6 cm である。F は辺 DC の中点である。F と B，F と E とをそれぞれ結ぶ。G は，線分 EF と線分 BD との交点である。
次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。



⑴　線分 BD の長さを求めなさい。
⑵　△GBF の面積を求めなさい。

(1)

BDは四角形ABCD（正方形）の対角線

なので △BCD は 45°, 45°, 90° の直角三角形

△BCD は 1 : 1 : $\sqrt{2}$ となるので

BC = 6 より　　BD = $6\sqrt{2}$ cm

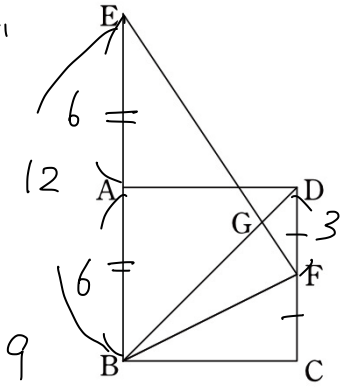
(2)　点FはDCの中点なので

DF = DC ÷ 2 = 3

よって

△DBF = DF × BC × $\frac{1}{2}$

= 3 × 6 × $\frac{1}{2}$ = 9

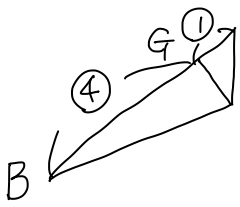


△EBG ∽ △FDG なので

BG : DG = EB : FD

= 12 : 3　= 4 : 1

（EはBの反対側なのでAB = AE）



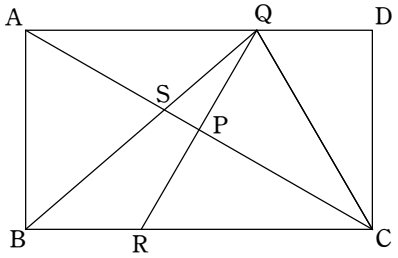
高さの等しい三角形の面積比＝底辺比なので

△GBF = △DBF × $\frac{4}{4+1}$

= 9 × $\frac{4}{5}$ = $\frac{36}{5}$ cm²

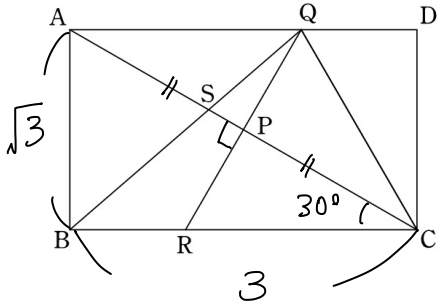
（　　）組（　　）番　名前（　　）

2 右の図のような長方形 ABCD について，$AB=\sqrt{3}$，$BC=3$，$\angle ACB=30^\circ$ である。
対角線 AC の中点を P とし，点 P を通り，AC に垂直な直線と辺 AD，BC との交点をそれぞれ Q，R とする。
また，線分 BQ と対角線 AC との交点を S とする。
次の問いに答えなさい。



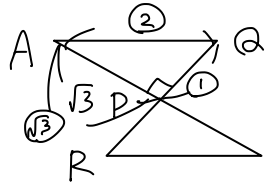
(1) $\angle AQP$ の大きさを求めなさい。
(2) BQ の長さを求めなさい。
(3) QS : SB を最も簡単な整数の比で求めなさい。
(4) 四角形 SBRP の面積を求めなさい。

(1) $\angle CRP$ ($AD \parallel BC$ の錯角)
$=\angle AQP$
$=180-30-90$
$=60^\circ$ //

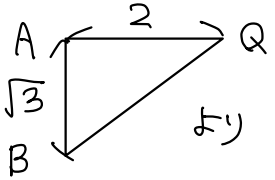


(2) $\triangle ABC$ は $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形 なので
$AC=2\times AB=2\sqrt{3}$，$AP=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$

$\triangle APQ$ も $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の直角三角形 なので

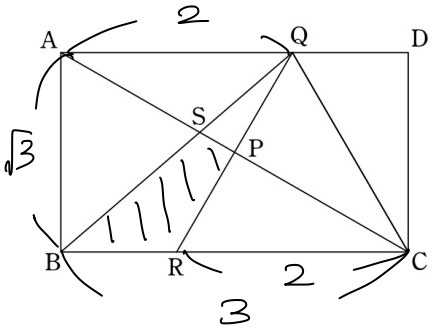


$AQ:②=AP:\sqrt{3}$
$\sqrt{3}AQ=2\sqrt{3}$　$AQ=2$



より
$BQ=\sqrt{AB^2+AQ^2}$
$=\sqrt{4+3}=\sqrt{7}$ //

(3) $AQ \parallel BC$ より
$\triangle ASQ \sim \triangle CBS$ で



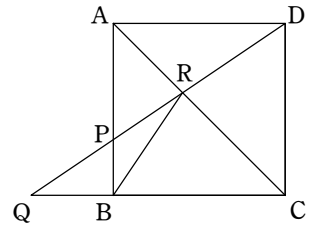
$QS:SB=AQ:BC$
$=2:3$ //

(4) $\triangle ASQ$ と $\triangle CBS$ の相似比は (3) より $2:3$ なので　$\triangle SBC$ の高さ $=\sqrt{3}\times\frac{3}{5}$

$\triangle PRC$ で P は QR の中点 なので
$\triangle PRC$ の高さ $=\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

求める 四SBRP $=\triangle SBC-\triangle PRC$
$=3\times\frac{3\sqrt{3}}{5}\times\frac{1}{2}-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{9\sqrt{3}}{10}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$ //

3 右の図のように，正方形 ABCD があり，辺 AB 上に，2 点 A，B と異なる点 P をとる。2 点 D，P を結んだ延長線と辺 CB の延長線との交点を Q，線分 DQ と正方形 ABCD の対角線 AC との交点を R とする。また，2 点 B，R を結ぶ。
このとき，問いに答えなさい。



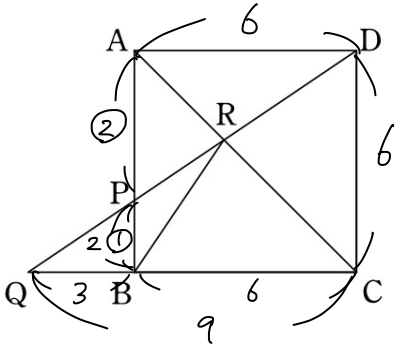
AB＝6 cm，AP : PB＝2 : 1 のとき，線分 BR の長さを求めなさい。

AD // QB より △APD と △BPQ で

AD : QB = AP : PB

6 : QB = 2 : 1

QB = 3



- △ADR と △CQR で

DR : RQ = AD : QC

= 6 : 9

= 2 : 3

よって $RQ = \frac{3}{5}DQ$

△CDQ で 三平方の定理より

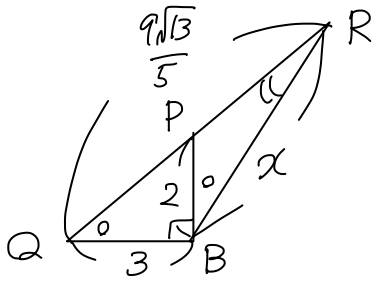
$DQ^2 = DC^2 + QC^2$

$= 6^2 + 9^2 = 117$

$DQ = 3\sqrt{13}$

よって $RQ = \frac{3}{5} \times 3\sqrt{13} = \frac{9\sqrt{13}}{5}$

また $BP = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2$



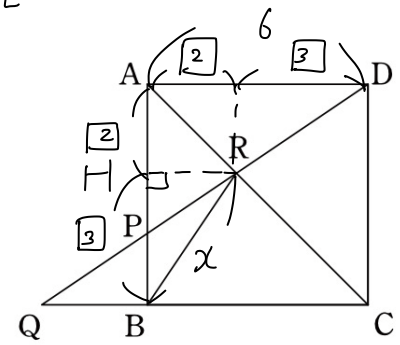
△PRB ∽ △BRQ なので

BP : QB = BR : QR

2 : 3 = BR : $\frac{9\sqrt{13}}{5}$

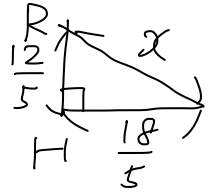
$BR = \frac{6\sqrt{13}}{5}$ cm

[別アプローチ]



$HB = \frac{3}{5}AB = \frac{18}{5}$

$HR = \frac{2}{5}AP = \frac{12}{5}$



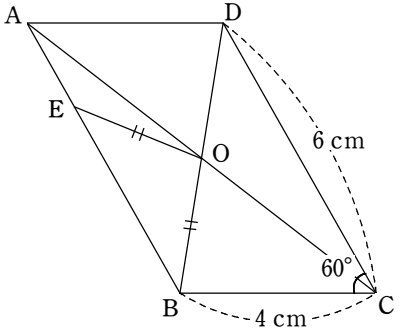
で三平方でも求まります。

4 右の図のように，BC＝4 cm，CD＝6 cm，∠BCD＝60° の平行四辺形 ABCD がある。2 つの対角線の交点を O とし，辺 AB 上に，OB＝OE となるように点 E をとる。このとき，次の問いに答えよ。

⑴ 平行四辺形 ABCD の面積を求めよ。

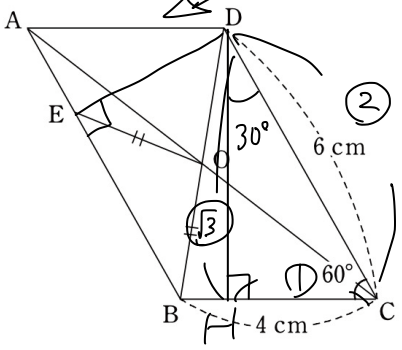
⑵ 2 点 D，E を線分で結ぶとき，∠ADE の大きさを求めよ。

⑶ 2 点 C，E を線分で結ぶとき，△COE，△CBE の面積の比を求めよ。



(1) DからBCへの垂線の交点をHとすると

△DHCは30°, 60°, 90°の直角三角形となるので



DC : ② = DH : $\sqrt{3}$

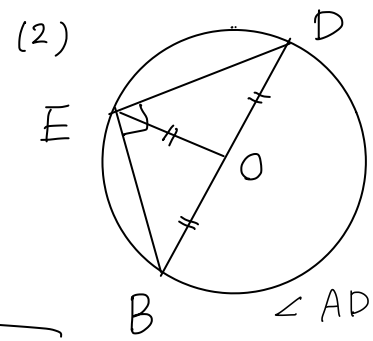
6 : 2 = DH : $\sqrt{3}$　　DH = $3\sqrt{3}$ cm

□ABCD = △DBC × 2

= (BC × DH × $\frac{1}{2}$) × 2

= (4 × $3\sqrt{3}$ × $\frac{1}{2}$) × 2 = $12\sqrt{3}$ cm²

(2)



OB = OE = OD より

点B, E, Dは同一円周上。

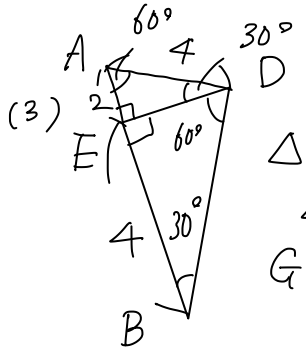
OBは円Oの直径なので

∠BED = 90°

∠ADE = 180° − (∠DAE + ∠DEA)

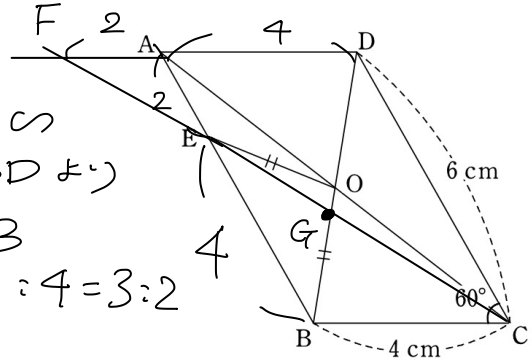
= 180° − (60° + 90°) = 30°

(3)



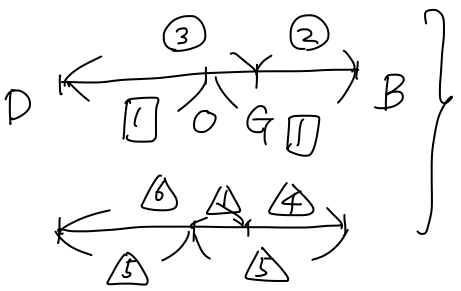
△FDGと△CBDより

GD : GB = 6 : 4 = 3 : 2

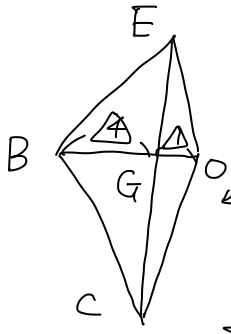


AE = $\frac{1}{2}$AD　　DO : DB = 1 : 1より

= 2



これらより DG : GB = 1 : 4



どちらも同じ高さなので底辺比に等しく

1 : 4