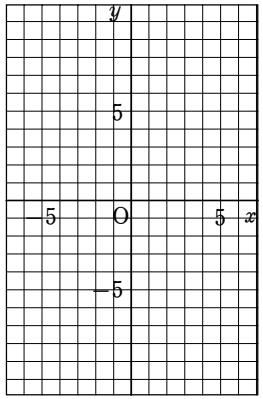
3年4章　二次関数　①グラフをかく　②式を求める

1 次の関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y=2x^2$　　(2)　$y=-x^2$

(3)　$y=-\frac{1}{2}x^2$　　(4)　$y=\frac{2}{3}x^2$



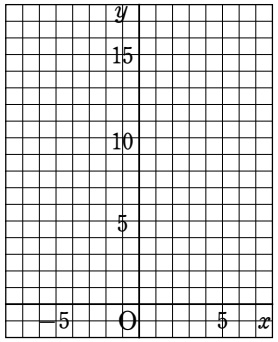
(　　)組(　　)番　名前(　　)

2 関数 $y=2x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1)　下の表を完成させなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(2)　(1) の表を利用して，グラフをかきなさい。

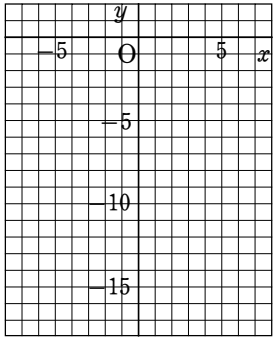


3 関数 $y=-x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 下の表を完成させなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(2) (1) の表を利用して，グラフをかきなさい。



4 関数 $y=ax^2$ の式

例題　y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき $y=8$ です。
　このとき，y を x の式で表しなさい。

---

y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，
$y=ax^2$ と表すことができる。
$x=2$ のとき $y=8$ であるから

$8=a\times\square$

$a=\square$

よって　$y=\square$

5 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例する関数で，$x=-3$ のとき $y=3$ となる。y を x の式で表しなさい。

(2) y は x の 2 乗に比例する関数で，$x=\frac{1}{2}$ のとき $y=-1$ となる。y を x の式で表しなさい。

6 y は x の 2 乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=-16$ です。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $x=-5$ のときの y の値を求めなさい。

$\boxed{7}$ y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=6$ です。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=6$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $y=8$ となる x の値をすべて求めなさい。

第4章　二次関数（変域：基礎）【全国国公私立入試過去問（愛知似）】

1 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

2 関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

3 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ において，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 2$ であるとき，y の変域は，

$\boxed{}$ である。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を，次の(ア)～(エ)のうちから選び，記号で答えよ。

(ア)　$-25 \leqq y \leqq 16$　　(イ)　$0 \leqq y \leqq 16$　　(ウ)　$0 \leqq y \leqq 25$　　(エ)　$16 \leqq y \leqq 25$

5 関数 $y=3x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

6 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

$\boxed{7}$ 関数 $y=-2x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

$\boxed{8}$ 関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

$\boxed{9}$ 関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

$\boxed{10}$ y は x の 2 乗に比例し，x の変域が $-3 \leqq x < 2$ のとき，y の変域は $-27 \leqq y \leqq 0$ です。
$x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

第4章二次関数（変域：応用）【国公私過去問（愛知変化の割合準備）】

1 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $-2\leqq y\leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めよ。

2 x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，関数 $y=ax^2$ の y の変域と関数 $y=2x+b$ の y の変域が同じになるという。a，b の値を求めよ。
ただし，$a>0$ とする。

（　　）組（　　）番　名前（　　）

3 2つの関数 $y=ax^2$ $(a<0)$ と $y=-2x+b$ は，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域が同じになる。定数 a，b の値を求めよ。

4 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ であるとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 6$ である。このとき，定数 a，b の値を求めよ。

5 関数 $y=3x^2$ は，x の変域が $-1 \leqq x \leqq a$ のとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 12$ です。定数 a，b の値をそれぞれ求めなさい。

6 2 つの関数 $y=ax^2\ (a>0)$，$y=-2x+b$ は，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき y の変域が一致する。a，b の値を求めよ。

7 a，b は定数で，$a>0$ とする。2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=bx+b+1$ は，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき y の変域が同じである。このとき，$a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ である。

8 関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ …… ① と関数 $y=ax+b$ …… ② において，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ であるとき，①，② の y の変域は同じである。このとき，y の変域を求めなさい。また，a，b の値の組をすべて求めなさい。

第4章　二次関数（変化の割合：基礎）【国公私過去問（愛知似）】

1 関数 $y=2x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

2 関数 $y=-3x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

（　　）組（　　）番　名前（　　）

3 関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 8 であるとき，$a=$ □ である。

4 関数 $y=-x^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

5 関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ について，x の値が -2 から 4 に増加するときの変化の割合は $\boxed{}$ である。

6 関数 $y=-3x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合として正しいものを次の (ア) ～ (エ) の中から 1 つ選び，その記号を答えなさい。

(ア) -12　　(イ) $-\frac{15}{2}$　　(ウ) -6　　(エ) -3

第4章　二次関数（変化の割合：応用）【国公私過去問（愛知似）】

1 2つの関数 $y=ax^2$，$y=6x+5$ について，x の値が -1 から 3 まで増加するとき，それぞれの変化の割合が等しい。このとき，$a=$ □ である。

（　　）組（　　）番　名前（　　）

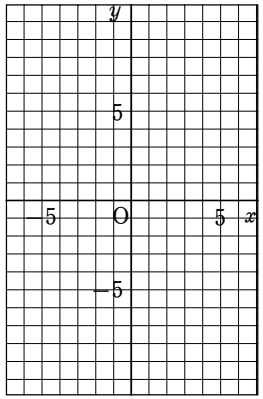
2 関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 2 まで増加するときの変化の割合が，関数 $y=4x$ の変化の割合に等しいという。関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

3年4章　二次関数　①グラフをかく　②式を求める

1 次の関数のグラフをかきなさい。

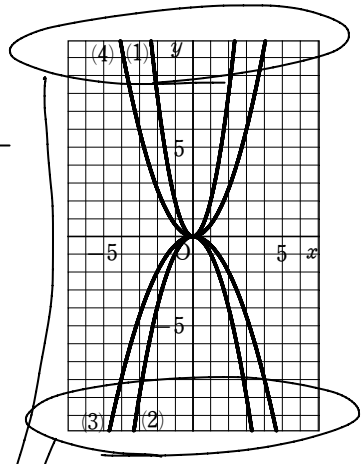
(1)　$y=2x^2$　　(2)　$y=-x^2$

(3)　$y=-\frac{1}{2}x^2$　　(4)　$y=\frac{2}{3}x^2$



解説

(1)～(4)　〔図〕



グラフをかくときのポイント

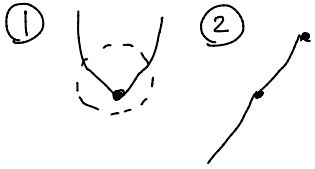
1 滑らかにかく。

① 原点付近でトがらない。

② 点と点を結ぶときや最後の点から先で2段階にならない。

2 グラフ用紙いっぱいにかく。

ここまでかく



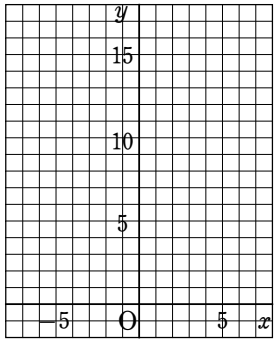
(　　)組(　　)番　名前(　　)

2 関数 $y=2x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1)　下の表を完成させなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(2)　(1) の表を利用して，グラフをかきなさい。

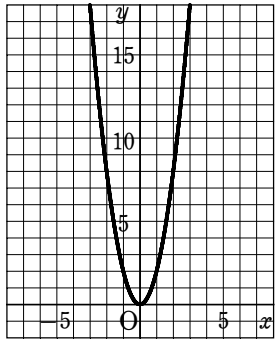


解説

(1)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	18	8	2	0	2	8	18

(2)



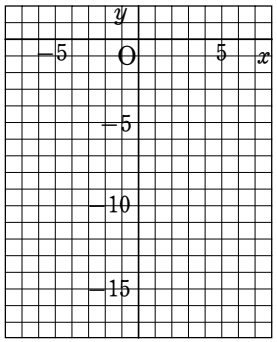
$y=2x^2$ の x にそれぞれの x の値を代入して計算すると y の値が求まる。

3 関数 $y=-x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 下の表を完成させなさい。

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

(2) (1) の表を利用して，グラフをかきなさい。

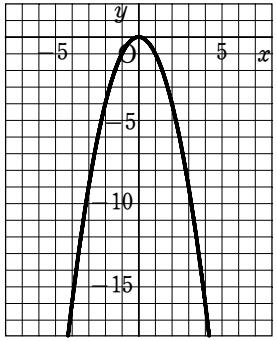


解説

(1)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

(2)



$y=-x^2$
のように比例
定数が負の
ときは、
∩の形
になる。
上に凸という

4 関数 $y=ax^2$ の式

例題　y は x の 2 乗に比例し，$x=2$ のとき $y=8$ です。
このとき，y を x の式で表しなさい。

---

y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，
$y=ax^2$ と表すことができる。
$x=2$ のとき $y=8$ であるから

$8=a\times\boxed{}$

$a=\boxed{}$

よって　$y=\boxed{}$

解説

y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax^2$ と表すことができる。
$x=2$ のとき $y=8$ であるから

$8=a\times\boxed{2^2}$

$a=\boxed{2}$

よって　$y=\boxed{2x^2}$

この式をメモしておくと
あとは代入で
解ける。

$8=4a$ ÷4
$\frac{8}{4}=a$
$2=a$

5 次の問いに答えなさい。

(1) y は x の 2 乗に比例する関数で，$x=-3$ のとき $y=3$ となる。y を x の式で表しなさい。

(2) y は x の 2 乗に比例する関数で，$x=\frac{1}{2}$ のとき $y=-1$ となる。y を x の式で表しなさい。

解説

y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax^2$ と表すことができる。

(1) $x=-3$ のとき $y=3$ であるから　$3=a\times(-3)^2$

$$a=\frac{1}{3}$$

したがって　$y=\frac{1}{3}x^2$

(2) $x=\frac{1}{2}$ のとき $y=-1$ であるから

$$-1=a\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$a=-4$$

したがって　$y=-4x^2$

ポイント

y を x の式で表しなさい。

↓

$y=ax^2$ の a（比例定数）を求めるということ。

6 y は x の 2 乗に比例し，$x=-2$ のとき $y=-16$ です。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=3$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $x=-5$ のときの y の値を求めなさい。

解説

(1) y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=-2$ のとき $y=-16$ であるから

$$-16=a\times(-2)^2$$

$$a=-4$$

したがって　$y=-4x^2$

(2) $y=-4x^2$ に $x=3$ を代入すると

$$y=-4\times3^2=-36$$

(3) $y=-4x^2$ に $x=-5$ を代入すると

$$y=-4\times(-5)^2=-100$$

$\boxed{7}$ y は x の 2 乗に比例し，$x=3$ のとき $y=6$ です。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) $x=6$ のときの y の値を求めなさい。

(3) $y=8$ となる x の値をすべて求めなさい。

(解説)

(1) y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=3$ のとき $y=6$ であるから

$$6=a\times 3^2$$

$$a=\frac{2}{3}$$

したがって　$y=\frac{2}{3}x^2$

(2) $y=\frac{2}{3}x^2$ に $x=6$ を代入すると

$$y=\frac{2}{3}\times 6^2=24$$

(3) $y=\frac{2}{3}x^2$ に $y=8$ を代入すると

$$8=\frac{2}{3}x^2$$

$$x^2=12$$

よって　$x=\pm\sqrt{12}$

$=\pm 2\sqrt{3}$

簡略化を忘れない。

第4章　二次関数（変域：基礎）【全国国公私立入試過去問（愛知似）】

1 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

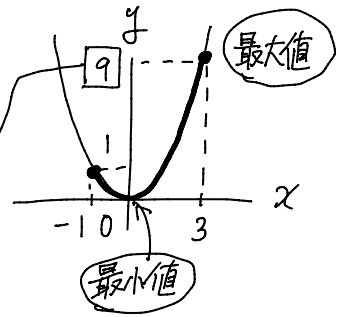
(解説)

関数 $y=x^2$ の値は，

$x=-1$ のとき　$y=(-1)^2=1$

$x=3$　のとき　$y=3^2=9$

よって，求める y の変域は　$0\leqq y\leqq 9$



Point
グラフをかいて解く力
⇩
非常に重要です。

2 関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

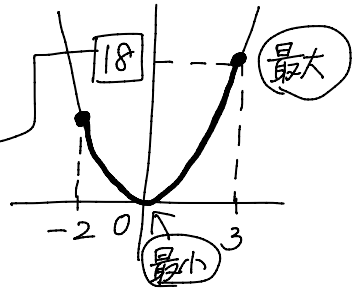
(解説)

関数 $y=2x^2$ の値は，

$x=-2$ のとき　$y=2\times(-2)^2=8$

$x=3$　のとき　$y=2\times 3^2=18$

よって，求める y の変域は　$0\leqq y\leqq 18$



3 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ において，x の変域が $-6\leqq x\leqq 2$ であるとき，y の変域は，

□ である。

(解説)

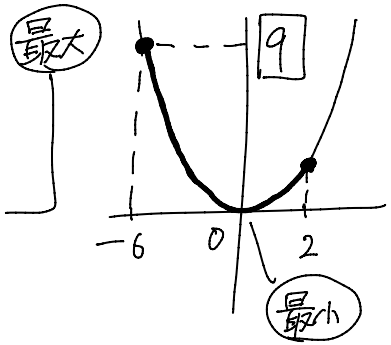
関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ において

$x=-6$ のとき　$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$

$x=2$ のとき　$y=\frac{1}{4}\times 2^2=1$

$x=0$ のとき　$y=0$

よって，求める y の変域は　$0\leqq y\leqq 9$



(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-5\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域を，次の(ア)～(エ)のうちから選び，記号で答えよ。

(ア)　$-25\leqq y\leqq 16$　　(イ)　$0\leqq y\leqq 16$　　(ウ)　$0\leqq y\leqq 25$　　(エ)　$16\leqq y\leqq 25$

(解説)

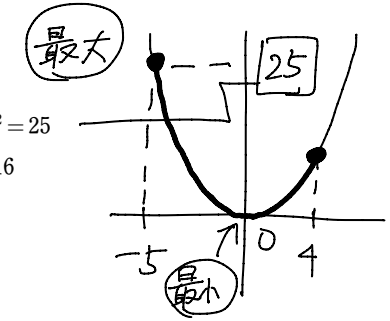
関数 $y=x^2$ の値は，

$x=-5$ のとき　$y=(-5)^2=25$

$x=4$　のとき　$y=4^2=16$

よって，y の変域は　$0\leqq y\leqq 25$

したがって　(ウ)



5 関数 $y=3x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(解説)

関数 $y=3x^2$ の値は，

$x=-3$ のとき　$y=3\times(-3)^2=27$

$x=2$　のとき　$y=3\times 2^2=12$

よって，y の変域は　$0\leqq y\leqq 27$

x が 0 をはさんでいる場合、0から離れている点が，最大値または最小値をとる。

比例定数が正の場合
最小値は 0

6 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

(解説)

関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ の値は，

$x=-4$ のとき　$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

$x=2$　のとき　$y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

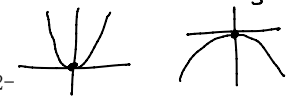
よって，求める y の変域は　$0\leqq y\leqq 8$

この考え方はグラフがイメージできるようになってからの方がまちがいが減ります。

Point　グラフの開き

方眼紙にかくわけではないのでおおよその開きで良いです。

$y=8x^2$　　$y=-\frac{1}{5}x^2$



7 関数 $y=-2x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

原点で最大

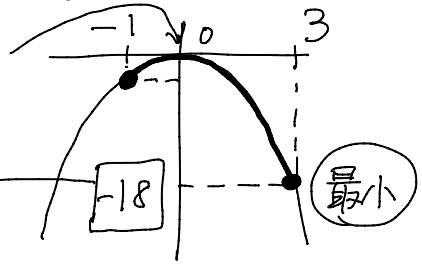
解説

関数 $y=-2x^2$ の値は，

$x=-1$ のとき　$y=-2\times(-1)^2=-2$

$x=3$　のとき　$y=-2\times 3^2=-18$

よって，求める y の変域は　$-18\leqq y\leqq 0$



8 関数 $y=2x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

解説

関数 $y=2x^2$ の値は，

$x=-3$ のとき　$y=2\times(-3)^2=18$

$x=2$　のとき　$y=2\times 2^2=8$

よって，求める y の変域は　$0\leqq y\leqq 18$

$y=ax^2$ の比例定数 $a>0$ なので原点から離れている点で最大値をとる。よって $x=-3$ のとき最大。

9 関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

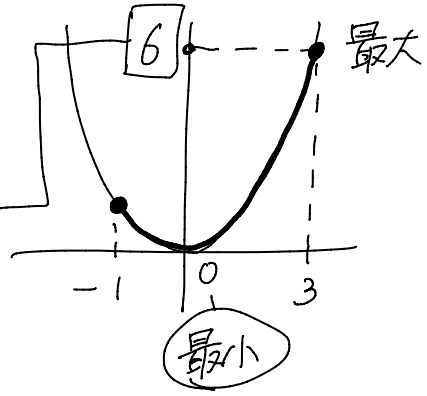
解説

関数 $y=\frac{2}{3}x^2$ の値は，

$x=-1$ のとき　$y=\frac{2}{3}\times(-1)^2=\frac{2}{3}$

$x=3$　のとき　$y=\frac{2}{3}\times 3^2=6$

よって，求める y の変域は　$0\leqq y\leqq 6$



10 y は x の 2 乗に比例し，x の変域が $-3\leqq x<2$ のとき，y の変域は $-27\leqq y\leqq 0$ です。$x=-2$ のときの y の値を求めなさい。

解説

y は x の 2 乗に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax^2$ と表すことができる。

x と y の変域から，$x=-3$ のとき $y=-27$ であることがわかる。

$x=-3$，$y=-27$ を $y=ax^2$ に代入すると

$-27=a\times(-3)^2$

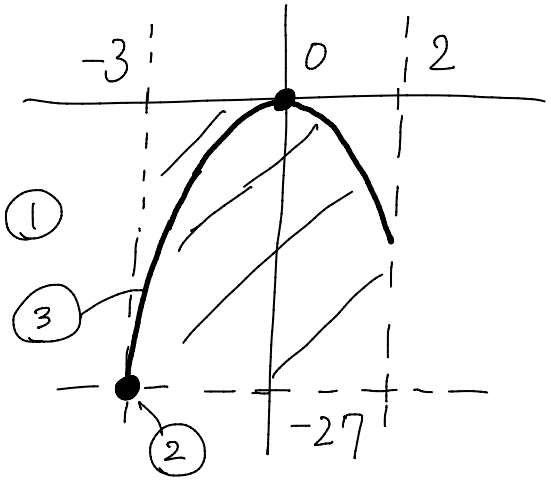
$a=-3$

よって　$y=-3x^2$

$x=-2$ をこの式に代入すると

$y=-3\times(-2)^2=-12$

① x と y の変域から下の領域（変域で囲まれたところ）で考える。



② 上に凸のグラフなので原点から遠い方で最小値 -27 をとる。

③ ①.②より ∩ のグラフとなる。

④ $(-3,-27)$ を通るので $y=ax^2$ に代入し $-27=a\times(-3)^2$

$a=-3$

$y=-3x^2$

⑤ $x=-2$ を代入して

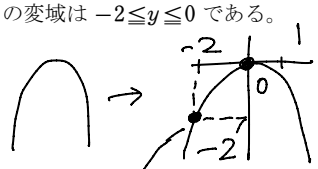
$y=-3\times(-2)^2$

$=-12$

第4章二次関数（変域：応用）【国公私過去問（愛知変化の割合準備）】

1 関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $-2\leqq y\leqq 0$ である。
このとき，a の値を求めよ。

上に



(解説)

y の変域が $-2\leqq y\leqq 0$ より，$a<0$ である。
よって，関数 $y=ax^2$ は $-2\leqq x\leqq 1$ の範囲において，$x=0$ のとき $y=0$ となり，
$x=-2$ のとき $y=-2$ となる。
したがって　$-2=a\times(-2)^2$

$$a=-\frac{1}{2}$$

$(-2,-2)$ を通ることがわかる。

Point

通る点を見つければ式が求まる。

2 x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，関数 $y=ax^2$ の y の変域と関数 $y=2x+b$ の y の変域が同じになるという。a，b の値を求めよ。
ただし，$a>0$ とする。

(解説)

$y=ax^2$ において，x の変域に 0 を含むから，$y=ax^2$ $(a>0)$ は $x=0$ のとき最小値 0 をとる。
最大値は $x=3$ のとき　$y=9a$
$y=2x+b$ のグラフは右上がりの直線であるから，$x=-2$ のとき最小値 $-4+b$ をとり，$x=3$ のとき最大値 $6+b$ をとる。

よって　$\begin{cases}-4+b=0 & \cdots\cdots ①\\ 6+b=9a & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① から　$b=4$
$b=4$ を ② に代入すると

$$9a=6+4$$
$$9a=10$$
$$a=\frac{10}{9}$$

よって　$a=\frac{10}{9}$，$b=4$

流れ

① $y=ax^2$ の y の変域を求める。

○ ≦ y ≦ □

② $y=2x+b$ の y の変域を求める。

◎ ≦ y ≦ ▣

③ ①、② の変域は等しいので

$\begin{cases}○ = ◎\\ □ = ▣\end{cases}$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 2 つの関数 $y=ax^2$ $(a<0)$ と $y=-2x+b$ は，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域が同じになる。定数 a，b の値を求めよ。

説明　$a<0$ なので 原点から離れている方の $x=2$ で最小値をとる。

(解説)

$y=ax^2$ について

$x=-1$ のとき　$y=a$
$x=0$ のとき　$y=0$
$x=2$ のとき　$y=4a$

$a<0$ より，$-1\leqq x\leqq 2$ のとき　$4a\leqq y\leqq 0$　……①
$y=-2x+b$ について

$x=-1$ のとき　$y=2+b$
$x=2$ のとき　$y=-4+b$

よって，$-1\leqq x\leqq 2$ のとき　$\boxed{-4+b\leqq y\leqq 2+b}$　……②　説明

$y=-2x+b$ は傾きが -2 なので右下がりの直線となり

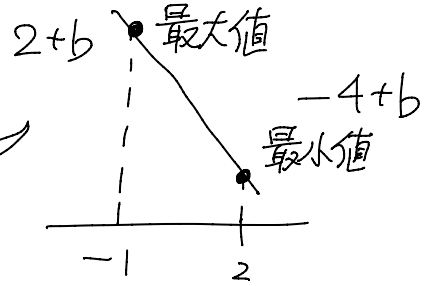
①，② が同じになるとき

$\begin{cases}4a=-4+b & \cdots\cdots ③\\ 0=2+b & \cdots\cdots ④\end{cases}$

④ より　$b=-2$
$b=-2$ を ③ に代入すると

$$4a=-6$$
$$a=-\frac{3}{2}$$

よって　$a=-\frac{3}{2}$，$b=-2$



$-4+b\leqq y\leqq 2+b$ となる。

4 関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ であるとき，y の変域が $b\leqq y\leqq 6$ である。このとき，定数 a，b の値を求めよ。

(解説) yの変域が正なので

$y=ax^2$ は正の値をとるから　$a>0$

$y=ax^2$ について

$x=-3$ のとき　$y=a\times(-3)^2=9a$

$x=1$ のとき　$y=a\times 1^2=a$

$x=0$ のとき　$y=0$

$a>0$ より　$9a>a$

よって，x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は $0\leqq y\leqq 9a$ である。

これが $b\leqq y\leqq 6$ と一致するから

$$\begin{cases}9a=6\\ b=0\end{cases}$$

$9a=6$ より　$a=\dfrac{2}{3}$

したがって　$a=\dfrac{2}{3}$，$b=0$

5 関数 $y=3x^2$ は，x の変域が $-1\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域が $b\leqq y\leqq 12$ です。定数 a，b の値をそれぞれ求めなさい。

① 最大値をとるときの x の値を求めています。

② y の変域を求める。

(解説)

$y=3x^2$ に $y=12$ を代入して

$12=3x^2$

$x^2=4$

よって　$x=\pm 2$

$a>-1$ より　$a=2$

$-1\leqq x\leqq 2$

$y=3x^2$ において

$x=-1$ のとき　$y=3$

$x=2$ のとき　$y=12$

$x=0$ のとき　$y=0$

よって，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域は　$0\leqq y\leqq 12$

したがって　$b=0$

よって　$a=2$，$b=0$

6 2つの関数 $y=ax^2\ (a>0)$，$y=-2x+b$ は，x の変域が $-4\leqq x\leqq 2$ のとき y の変域が一致する。a，b の値を求めよ。

流れ

$y=ax^2$ と $y=-2x+b$ の y の変域を求め，それぞれの最大，最小値が等しいことで等式を作る。

(解説)

$y=ax^2$ において

$x=-4$ のとき　$y=16a$

$x=2$ のとき　$y=4a$

$x=0$ のとき　$y=0$

$a>0$ より，$16a>4a$ であるから，y の変域は　$0\leqq y\leqq 16a$　……①

$y=-2x+b$ において

$x=-4$ のとき　$y=b+8$

$x=2$ のとき　$y=b-4$

$b+8>b-4$ より，y の変域は　$b-4\leqq y\leqq b+8$　……②

①，② の変域が一致するから

$b-4=0$

$b=4$

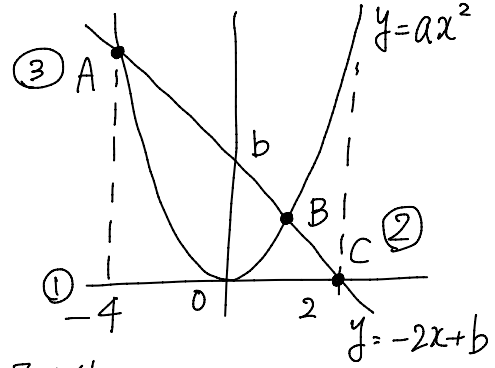
また　$16a=b+8$

$16a=12$

$a=\dfrac{3}{4}$

よって　$a=\dfrac{3}{4}$，$b=4$

② グラフで考えると。



① $y=ax^2$，$y=-2x+b$ が最大値をとるのは $x=-4$（点A）のとき。

② 最小値をとるときの x の最大値は B ではとれない。$y=-2x+b$ の最小が 0 にならないので。C のとき どちらのグラフの最小値も 0 となる。よって C の x 座標は 2

③ つまり $y=-2x+b$ は C(2, 0) を通るので　$0=-2\times 2+b$

$4=b$ となり

A の x 座標は -4 なので

$y=-2\times(-4)+4=12$

A(−4, 12) を $y=ax^2$ は通るので

$12=a\times(-4)^2 \rightarrow a=\dfrac{3}{4}$

よって　$a=\dfrac{3}{4}$，$b=4$

7 a，b は定数で，$a>0$ とする。2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=bx+b+1$ は，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき y の変域が同じである。このとき，$a=$ ア［　　］，$b=$ イ［　　］である。

解説

x の変域に0 を含むから，$y=ax^2\ (a>0)$ は $x=0$ で最小値 0 をとる。

また，$x=3$ で最大値 $9a$ をとる。 ①

また，$y=bx+b+1$ は $x=-1$ のとき

$y=-b+b+1=1$

↓ここからの流れ ②

となるから，$x=-1$ で最大値をとり，$x=3$ で最小値をとるときに y の変域が一致する。

よって　$9a=1$

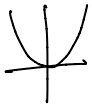
$a=\frac{1}{9}$

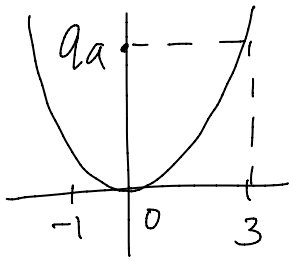
$x=3$ のとき　$y=3b+b+1=4b+1$

したがって　$4b+1=0$

$b=-\frac{1}{4}$

① $a>0$ のとき





原点から離れている点で最大値をとる。

$0\leqq y\leqq 9a$

②

$-1\leqq x\leqq 3$ のときの $y=bx+b+1$ の値を求める。

$x=-1 \to y=1$

$x=3 \to y=4b+1$

$0\leqq y\leqq 9a$ より

$9a=1$

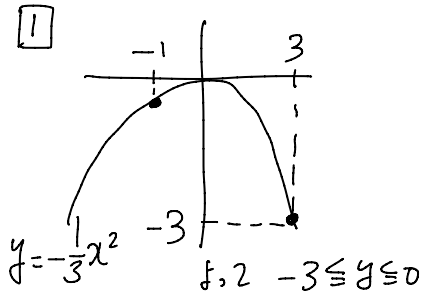
$4b+1=0$ しかないので

$a=\frac{1}{9}$，$b=-\frac{1}{4}$

8 関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ …… ① と関数 $y=ax+b$ …… ② において，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ であるとき，①，② の y の変域は同じである。このとき，y の変域を求めなさい。また，a，b の値の組をすべて求めなさい。

解説

1



1

関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ について

$x=-3$ のとき　$y=-\frac{1}{3}\times(-3)^2=-3$

$x=0$ のとき　$y=-\frac{1}{3}\times 0^2=0$

$x=1$ のとき　$y=-\frac{1}{3}\times 1^2=-\frac{1}{3}$

よって，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ であるとき，関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ の y の変域は　$-3\leqq y\leqq 0$

2

$a>0$ のとき，関数 $y=ax+b$ は $x=-1$ で $y=-3$，$x=3$ で $y=0$ となるから

$\begin{cases}-3=-a+b\\0=3a+b\end{cases}$

これを解くと　$a=\frac{3}{4}$，$b=-\frac{9}{4}$

また，$a<0$ のとき，関数 $y=ax+b$ は $x=-1$ で $y=0$，$x=3$ で $y=-3$ となるから

$\begin{cases}0=-a+b\\-3=3a+b\end{cases}$

これを解くと　$a=-\frac{3}{4}$，$b=-\frac{3}{4}$

$a=0$ のときは，題意を満たさない。

よって，a，b の値の組 $(a,\ b)$ は　$\left(\frac{3}{4},\ -\frac{9}{4}\right)$，$\left(-\frac{3}{4},\ -\frac{3}{4}\right)$

2 aが正、負のときで場合分けして考える。

$a=0$，$a>0$，$a<0$ の3通りで考える。

記述式のテストだと3つの場合での説明が抜けていると部分点となります。

第4章　二次関数（変化の割合：基礎）【国公私過去問（愛知似）】

1 関数 $y=2x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解説

$y=2x^2$ について

$x=1$ のとき　$y=2\times1^2=2$

$x=3$ のとき　$y=2\times3^2=18$

よって，求める変化の割合は　$\dfrac{18-2}{3-1}=8$

公式

$2\times(1+3)$

$=2\times4$

$=8$

基本の解法と公式の説明は次ページ!

2 関数 $y=-3x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解説

関数 $y=-3x^2$ の値は，

$x=1$ のとき　$y=-3\times1^2=-3$

$x=3$ のとき　$y=-3\times3^2=-27$

よって，求める変化の割合は

$$\frac{-27-(-3)}{3-1}=-12$$

公式

$-3\times(1+3)$

$=-3\times4$

$=-12$

(　　)組(　　)番　名前(　　)

3 関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 8 であるとき，$a=$ □ である。

解説

$y=ax^2$ において

$x=1$ のとき　$y=a$

$x=3$ のとき　$y=9a$

変化の割合は　$\dfrac{9a-a}{3-1}=\dfrac{8a}{2}=4a$

これが 8 であるとき

$4a=8$

よって　$a=2$

右辺に<3

公式

$a\times(1+3)=8$

$4a=8$

$a=2$

4 関数 $y=-x^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解説

関数 $y=-x^2$ の値は，

$x=1$ のとき　$y=-1^2=-1$

$x=4$ のとき　$y=-4^2=-16$

よって，求める変化の割合は

$$\frac{-16-(-1)}{4-1}=-5$$

公式

$y=-x^2$ の

比例定数は -1

$-1\times(1+4)=-1\times5$

$=-5$

変化の割合　基本の解法

（例）

1 関数 $y=2x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

① x と y の表を完成。

y	2 → 18
x	1 → 3

$y=2x^2$ に代入

② 変化の割合の式にあてはめる。

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

y	前 → 後
x	前 → 後

$$= \frac{y\text{の変化 後} - \text{前}}{x\text{の変化 後} - \text{前}}$$

$$= \frac{18-2}{3-1} = \frac{16}{2} = 8$$

変化の割合の公式

$y=ax^2$ について x の値が s から t に増加するときの変化の割合

◎ 結論

$$\boxed{\text{変化の割合} = a(s+t)}$$

（理由）

左の基本の解法で解きます。

y	$as^2 \to at^2$
x	$s \to t$

$y=ax^2$ に代入

$$\text{変} = \frac{at^2-as^2}{t-s}$$

共通因数 a でくくる

$$= \frac{a(t^2-s^2)}{t-s}$$

t^2-s^2 を因数分解

$$= \frac{a(t+s)\cancel{(t-s)}}{\cancel{t-s}} = a(t+s)$$

$t-s$ を約分

第4章　二次関数（変化の割合：応用）【国公私過去問（愛知似）】

1 2つの関数 $y=ax^2$，$y=6x+5$ について，x の値が -1 から 3 まで増加するとき，それぞれの変化の割合が等しい。このとき，$a=$ □ である。

解説

$y=ax^2$ において

$x=-1$ のとき　$y=a$

$x=3$ のとき　$y=9a$

よって，変化の割合は　$\dfrac{9a-a}{3-(-1)}=\dfrac{8a}{4}=2a$

1 次関数 $y=6x+5$ の変化の割合は $\boxed{6}$

したがって，$2a=6$ より　$a=3$

$y=ax^2$ と
$y=6x+5$ の
変化の割合を
求めて 等式に表す。

公式

$ax(-1+3)=6$

$y=ax^2$の
変化の割合

$y=6x+5$の
変化の割合
（傾きに等しい）

$2a=6 \rightarrow a=3$

入試のとき
の戦い方

基本を完全に
理解しておいて
公式で早く
解く。

注意

基本の解法でないと
解きづらいこともあるので
マスターしておこう。

（　　）組（　　）番　名前（　　）

2 関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 2 まで増加するときの変化の割合が，関数 $y=4x$ の変化の割合に等しいという。関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

解説

x の値が 1 から 2 まで増加するときの，関数 $y=ax^2$ の変化の割合は

$$\frac{a\times 2^2-a\times 1}{2-1}=3a$$

これが関数 $y=4x$ の変化の割合と等しいから

$3a=4$

$a=\dfrac{4}{3}$

よって　$y=\dfrac{4}{3}x^2$

したがって，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域は

$0\leqq y\leqq 12$

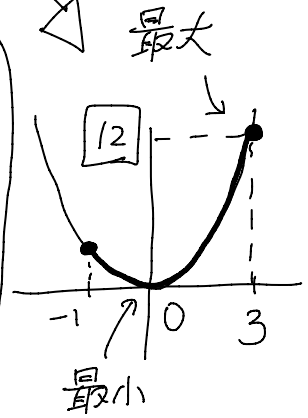
公式

$a\times(1+2)=4$

$3a=4$

$a=\dfrac{4}{3}$

$y=\dfrac{4}{3}x^2$



5 関数 $y=\frac{3}{4}x^2$ について，x の値が -2 から 4 に増加するときの変化の割合は［　　］である。

変化の割合 $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{y\text{の変化後}-\text{前}}{x\text{の変化後}-\text{前}}$

(解説)

$y=\frac{3}{4}x^2$ において

$x=-2$ のとき　$y=\frac{3}{4}\times(-2)^2=3$

$x=4$ のとき　$y=\frac{3}{4}\times4^2=\boxed{12}$

y	$3 \to 12$
x	$-2 \to 4$
	前　後

$y=\frac{3}{4}x^2$ に代入

よって，求める変化の割合は　$\frac{12-3}{4-(-2)}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

変化の割合
基本の解法

公式だと

$\frac{3}{4}(-2+4)=\frac{3}{4}\times2=\frac{3}{2}$

6 関数 $y=-3x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合として正しいものを次の (ア)～(エ) の中から 1 つ選び，その記号を答えなさい。

(ア)　-12　　(イ)　$-\frac{15}{2}$　　(ウ)　-6　　(エ)　-3

(解説)

関数 $y=-3x^2$ の値は，

$x=1$ のとき　$y=-3\times1^2=-3$

$x=3$ のとき　$y=-3\times3^2=-27$

よって，求める変化の割合は

$\frac{-27-(-3)}{3-1}=-12$

したがって　(ア)

公式だと。

$-3\times(1+3)=-3\times4$
$=-12$

変化の割合の公式

$y=ax^2$ について x の値が s から t に増加するときの変化の割合

◎ 結論

$$\boxed{\text{変化の割合}=a(s+t)}$$

(理由)

左の基本の解法で解きます。

y	$as^2 \to at^2$
x	$s \to t$

$y=ax^2$ に代入

$$(\text{変})=\frac{at^2-as^2}{t-s}$$

共通因数 a でくくる

$$=\frac{a(t^2-s^2)}{t-s}$$

t^2-s^2 を因数分解

$$=\frac{a(t+s)\cancel{(t-s)}}{\cancel{t-s}}=a(t+s)$$

$t-s$ を約分