公立入試対策（確率 ・ 関数 ・ 小文章題）愛知県類似問題（第3回） ※全国国公私立過去問より

1 長いすに生徒が座るとき，1 脚あたり 6 人ずつ座ると 3 人が座れなかったので，あらためて 1 脚あたり 7 人ずつ座ると，1 脚だけ余り，他の長いすにはちょうど 7 人ずつ座った。このとき，生徒の人数を求めなさい。

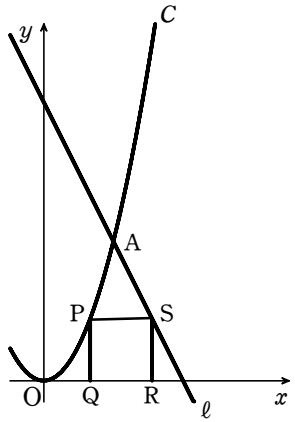
2 ある店で，昨日，ショートケーキが 200 個売れた。今日は，ショートケーキ 1 個の値段を昨日よりも 30 円値下げして販売したところ，ショートケーキが売れた個数は昨日よりも 20 % 増え，ショートケーキの売り上げは昨日よりも 5400 円多くなった。
このとき，昨日のショートケーキ 1 個の値段を求めなさい。

3 放物線 $C : y = x^2$ と直線 $\ell : y = -2x + 8$ の交点のうち，x 座標が正のものを A とする。また，C 上の点 P が O と A の間にくるようにとり，点 P と y 座標が等しい ℓ 上の点を S とする。P，S から x 軸に垂線 PQ，SR を引く。
P の x 座標を t とするとき，次の問いに答えよ。

(1) A の座標を求めよ。

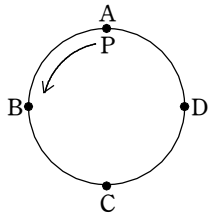
(2) 四角形 PQRS が正方形になるとき，t の値を求めよ。

(3) 直線 $y = \frac{1}{2}x$ が四角形 PQRS の面積を 2 等分するとき，t の値を求めよ。



(　　)組(　　)番　名前(　　)

4 右の図のように円周上に 4 点 A，B，C，D があります。点 P は円周上を動く点で，はじめ点 A の位置にあります。1 枚のコインと，1 個のさいころを同時に 1 回投げたとき，点 P は，次の［　　］に示したとおりに，円周上の 4 点を，A の位置から B，C，D，A，B，…… の順に動くものとします。



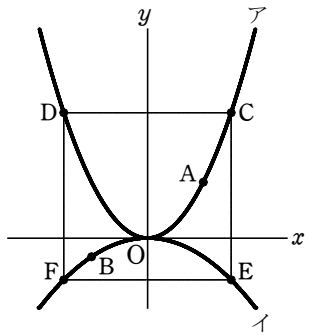
・コインの表が出たとき，点 P は，さいころの出た目の数だけ動く。
・コインの裏が出たとき，点 P は，さいころの出た目の数を 2 倍した数だけ動く。

たとえば，コインの表が出て，さいころの出た目の数が 1 のとき，点 P は点 B まで動きます。
この，1 枚のコインと 1 個のさいころを同時に 1 回投げるとき，次の (1)，(2) の問いに答えなさい。
ただし，コインは，表と裏のどちらが出ることも同様に確からしいものとし，さいころは，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとします。

(1)　コインの表と裏の出方とさいころの目の出方の組み合わせは，全部で何通りありますか。

(2)　点 P はどの点まで動く確率がもっとも大きいか答えなさい。また，その確率を求めなさい。

5 右の図において，曲線アは関数 $y=x^2$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。曲線ア上の点で x 座標が 1 である点を A とし，曲線イ上の点で x 座標が -1 である点を B とする。また，曲線ア上に x 座標が正である点 C をとり，点 C を通り x 軸に平行な直線と曲線 アとの交点のうち点 C と異なる点を D とし，点 C を通り y 軸に平行な直線と曲線イとの交点を E として正方形 CDFE をつくると，点 F は曲線イ上にある。



このとき，次の (1)，(2) の問いに答えなさい。ただし，O は原点とし，座標の目盛の単位は cm とする。

(1)　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(2)　直線 AB で正方形 CDFE を 2 つの図形に分ける。その 2 つの図形のうち，点 D を含む図形の面積を求めなさい。

1 長いすに生徒が座るとき，1脚あたり6人ずつ座ると3人が座れなかったので，あらためて1脚あたり7人ずつ座ると，1脚だけ余り，他の長いすにはちょうど7人ずつ座った。このとき，生徒の人数を求めなさい。 ①

②

長いすの数を x 脚とすると，

①より 生徒の数は $6x+3$ (人)

②より 〃 $7(x-1)$ (人)

人数は①も②も同じなので

$6x+3=7(x-1)$

$6x+3=7x-7$

$x=10$

どちらでも代入 ③

$7\times 9=63$

63人

2 ある店で，昨日，ショートケーキが200個売れた。今日は，ショートケーキ1個の値段を昨日よりも30円値下げして販売したところ，ショートケーキが売れた個数は昨日よりも20％増え，ショートケーキの売り上げは昨日よりも5400円多くなった。 ① ② ③ ④

このとき，昨日のショートケーキ1個の値段を求めなさい。

x 円とすると，

	昨日	今日
売れた個数	① 200	③ $200\times\frac{120}{100}=240$
1個の値段	x	② $x-30$
売り上げ	$200x$	$240(x-30)$

Point 文章長いので表にまとめました。

④より $240(x-30)-200x=5400$ 解くと $x=315$

315円

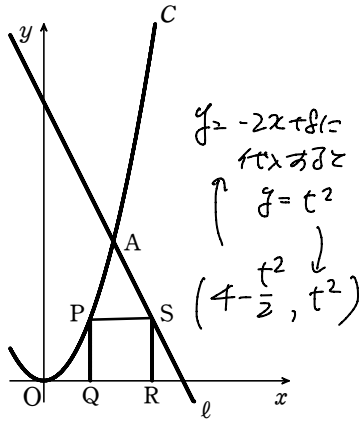
3 放物線 $C: y=x^2$ と直線 $\ell: y=-2x+8$ の交点のうち，x 座標が正のものを A とする。また，C 上の点 P が O と A の間にくるようにとり，点 P と y 座標が等しい ℓ 上の点を S とする。P，S から x 軸に垂線 PQ，SR を引く。

P の x 座標を t とするとき，次の問いに答えよ。

(1) A の座標を求めよ。

(2) 四角形 PQRS が正方形になるとき，t の値を求めよ。

(3) 直線 $y=\frac{1}{2}x$ が四角形 PQRS の面積を2等分するとき，t の値を求めよ。



$y=-2x+8$ に代入すると $y=t^2$

$\left(4-\frac{t^2}{2},\ t^2\right)$

(1) $y=x^2$ と $y=-2x+8$ を連立方程式（代入法）で解くと $x^2=-2x+8$ $(x+4)(x-2)=0$

$x=-4,\ 2$ より A$(2,\ 4)$

(2) P の座標を $(t,\ t^2)$ とおき S の x 座標を求めると

$t^2=-2x+8$，$x=4-\frac{t^2}{2}$。

PQ = PS より $t^2=4-\frac{t^2}{2}-t$，$3t^2+2t-8=0$

$t=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times3\times(-8)}}{2\times3}=-2,\ \frac{4}{3}$ $0<t<2$ より $t=\frac{4}{3}$

(3) □PQRS は正方形なので対角線の交点を通る直線が面積を2等分する。Q$(t,\ 0)$，S$\left(4-\frac{t^2}{2},\ t^2\right)$ より対角線の交点は中点なので $\left(\frac{1}{2}\left(t+4-\frac{t^2}{2}\right),\ \frac{t^2}{2}\right)$

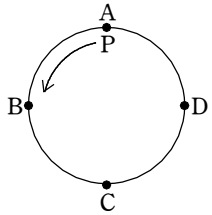
この点が $y=\frac{1}{2}x$ 上にあるので代入し，

$\frac{t^2}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{-t^2+2t+8}{4}$，$5t^2-2t-8=0$ $t=\frac{1\pm\sqrt{41}}{5}$

$0<t<2$ より $\frac{1+\sqrt{41}}{5}$

（　　）組（　　）番　名前（　　）

4 右の図のように円周上に4点A，B，C，Dがあります。点Pは円周上を動く点で，はじめ点Aの位置にあります。1枚のコインと，1個のさいころを同時に1回投げたとき，点Pは，次の［　　］に示したとおりに，円周上の4点を，Aの位置からB，C，D，A，B，……の順に動くものとします。



・コインの表が出たとき，点Pは，さいころの出た目の数だけ動く。
・コインの裏が出たとき，点Pは，さいころの出た目の数を2倍した数だけ動く。

たとえば，コインの表が出て，さいころの出た目の数が1のとき，点Pは点Bまで動きます。
この，1枚のコインと1個のさいころを同時に1回投げるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。
ただし，コインは，表と裏のどちらが出ることも同様に確からしいものとし，さいころは，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとします。

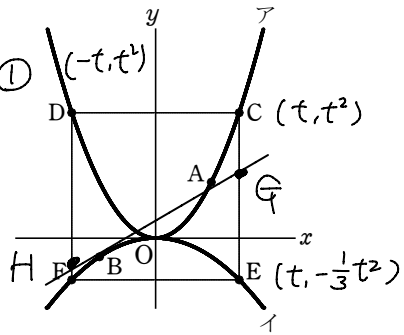
(1) コインの表と裏の出方とさいころの目の出方の組み合わせは，全部で何通りありますか。　(オ)(ウ)

(2) 点Pはどの点まで動く確率がもっとも大きいか答えなさい。また，その確率を求めなさい。

(1)　オ－1　ウ－1　の12通り
　　2　　2
　　3　　3
　　4　　4
　　5　　5
　　6　　6

(2) 点Aの場合 (オ,4)(ウ,2)(ウ,4)(ウ,6)
B 〃 (オ,1)(オ,5)
C 〃 (オ,2)(オ,6)(ウ,1)(ウ,3)(ウ,5)
D 〃 (オ,3)
よってもっとも大きい確率は Cの $\frac{5}{12}$

5 右の図において，曲線アは関数 $y=x^2$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。曲線ア上の点で x 座標が1である点をAとし，曲線イ上の点で x 座標が -1 である点をBとする。また，曲線ア上に x 座標が正である点Cをとり，点Cを通り x 軸に平行な直線と曲線アとの交点のうち点Cと異なる点をDとし，点Cを通り y 軸に平行な直線と曲線イとの交点をEとして正方形CDFEをつくると，点Fは曲線イ上にある。



このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，Oは原点とし，座標の目盛の単位はcmとする。

(1) 2点A，Bを通る直線の式を求めなさい。

(2) 直線ABで正方形CDFEを2つの図形に分ける。その2つの図形のうち，点Dを含む図形の面積を求めなさい。

(1) ①より A(1,1) B$(-1,-\frac{1}{3})$ 傾き $=\frac{-\frac{1}{3}-1}{-1-1}=\frac{2}{3}$
∴ $y=\frac{2}{3}x+b$ 代入 $1=\frac{2}{3}+b$ $b=\frac{1}{3}$ ∴ $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

(2) □CDFEの面積を求めるために C(t,t^2)とおくと，
D$(-t,t^2)$，E$(t,-\frac{1}{3}t^2)$となり，正方形より
CD＝CEなので $t^2-(-\frac{1}{3}t^2)=2t$
解くと $\frac{2}{3}t(2t-3)=0$ なので $t=0,\frac{3}{2}$ $t>0$より $t=\frac{3}{2}$
Eのx座標が $\frac{3}{2}$ となったので $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$に代入し
G$(\frac{3}{2},\frac{4}{3})$ H$(-\frac{3}{2},-\frac{2}{3})$
∴ 台形DHGC＝(CG＋DH)×CD×$\frac{1}{2}$
$=\{(\frac{9}{4}-\frac{4}{3})+(\frac{9}{4}-(-\frac{2}{3}))\}\times3\times\frac{1}{2}=\frac{23}{4}$ cm²