領域別学習（関数　第1回）　※1～6＝基本、7～10＝発展（1～9＝公立＋私立向け、10＝難関私立向け）

1 直線 $y=2x+1$ に平行で，点 $(-1,\ 2)$ を通る直線の式を求めなさい。

2 関数 $y=ax^2$ について，$x=\frac{1}{3}$ のとき $y=1$ です。このとき，a の値を求めなさい。

3 関数 $y=\frac{1}{x}$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

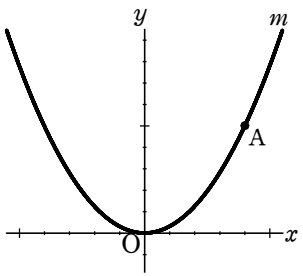
4 1 次関数 $y=-\frac{3}{2}x+5$ について，y の変域が $-4\leqq y\leqq 2$ となるような x の変域は，

$\boxed{}$ である。

(　　)組(　　)番　名前(　　)

5 関数 $y=-3x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ であるとき，y の変域を求めなさい。

6 右図において，m は $y=ax^2$ (a は定数) のグラフを表す。A は m 上の点であり，その座標は (4，5) である。a の値を求めなさい。



7 右の図のように放物線 $y=-x^2$ 上に点 A，y 軸上に点 B がある。また，直線 AB と x 軸の交点を C とする。点 A の x 座標は -2 であり，点 B の y 座標は -2 である。

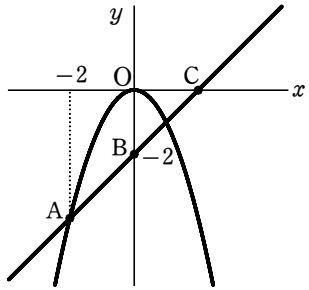
このとき，次の (1) ～ (4) の問いに答えなさい。

(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

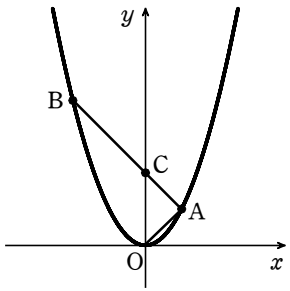
(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) 点 C の x 座標を求めなさい。

(4) △OAC の面積を求めなさい。

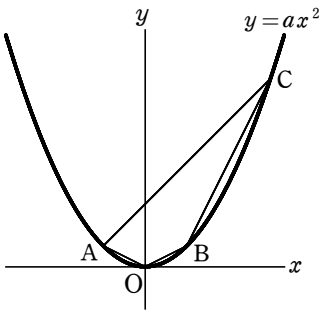


8 右の図のように，関数 $y=x^2$ …… ① のグラフがあります。原点を通り，傾きが 1 の直線と ① のグラフの交点を A とします。次に点 A を通り，傾きが -1 の直線と ① のグラフとの交点のうち点 A と異なる点を B とするとき，点 B の x 座標が -2 となります。
このとき，次の問いに答えなさい。



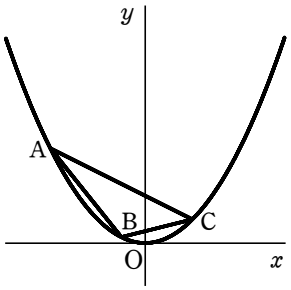
(1) 点 B の座標を求めなさい。
(2) 直線 AB の式を求めなさい。
(3) △OAB の面積を求めなさい。
(4) 直線 AB と y 軸との交点を C とし，① のグラフ上に点 P をとります。△OCP の面積が △OAB の面積の $\frac{1}{2}$ 倍になるとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は負とします。

9 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，3 点 A，B，C がある。点 A の座標は $(-2,\ 1)$ で，点 B，C の x 座標は，それぞれ 2，6 である。また，原点 O，点 B，C，A を結び，四角形 OBCA をつくる。
このとき，次の (1) ～ (3) の問いに答えなさい。
ただし，$a>0$ とする。



(1) a の値を求めなさい。
(2) 2 点 O，C を通る直線に平行で，点 B を通る直線の式を求めなさい。
(3) 点 C を通り，四角形 OBCA の面積を 2 等分する直線と直線 OA の交点の座標を求めなさい。

10 右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C があり，それぞれの x 座標を a，b，2 とする。ただし，a，b はともに 2 ではないとする。3 点をそれぞれ線分で結ぶと △ABC ができる。線分 BC，CA の傾きはそれぞれ $\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{2}$ である。



次の (1) ～ (3) に答えなさい。

(1) a，b の値を求めなさい。

(2) △ABC の面積を求めなさい。

(3) △ABC と △ACP の面積が等しくなるような点 P の座標を y 軸上にとる。点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の y 座標は正の値とする。

1 直線 $y=2x+1$ に平行で，点 $(-1,\ 2)$ を通る直線の式を求めなさい。

- 傾きが等しいが切片が決まらないので $y=2x+b$ とおける。
- $(-1, 2)$ を通るので $x=-1,\ y=2$ を $y=2x+b$ に代入。

$2=2\times(-1)+b$, $b=4$

Point
グラフの平行
＝傾きが等しい
$y=ax+b$ の
a が等しい。

$y=2x+4$ //

2 関数 $y=ax^2$ について，$x=\frac{1}{3}$ のとき $y=1$ です。このとき，a の値を求めなさい。

代入する。

$1=a\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$1=\frac{1}{9}a$ ↓ $\times 9$

$9=a$

$a=9$ //

Point
$x=\bigcirc$ のとき $y=\triangle$
↓
$y=ax+b$ に
代入して良い。
ということ。

3 関数 $y=\frac{1}{x}$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

y	$\frac{1}{2}\rightarrow\frac{1}{4}$
x	$2\rightarrow 4$

変 $=\dfrac{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}{4-2}=\dfrac{-\frac{1}{4}}{2}$

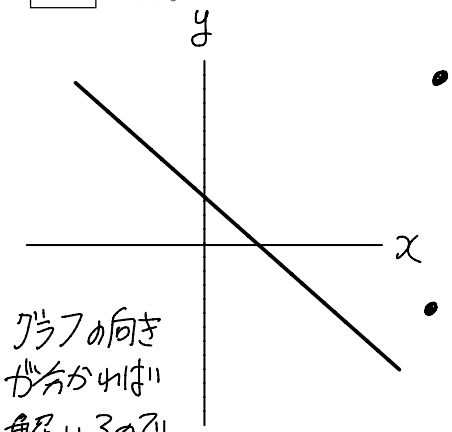
$=-\frac{1}{4}\div 2=-\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{8}$ //

Point
変化の割合
$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$
増加量は
変化後 − 前

4 1 次関数 $y=-\frac{3}{2}x+5$ について，y の変域が $-4\leqq y\leqq 2$ となるような x の変域は，

□ である。



グラフの向きが分かれば解けるので細かな座標などはなくてよい。

右下がりのグラフなので

- $y=2$ のとき最大値をとる。

$2=-\frac{3}{2}x+5$

$x=2$

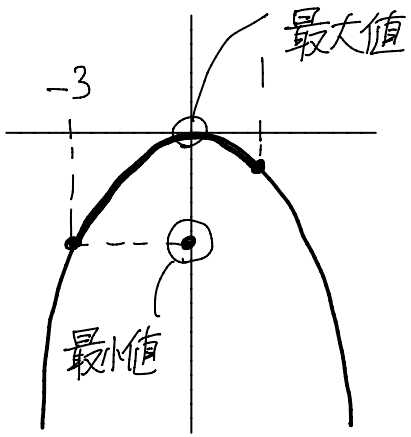
- $y=-4$ のとき最小値をとる。

$-4=-\frac{3}{2}x+5$　$x=6$

$2\leqq x\leqq 6$ //

（　　）組（　　）番　名前（　　）

5 関数 $y=-3x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ であるとき，y の変域を求めなさい。



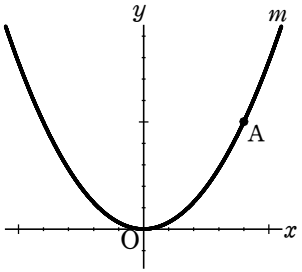
• 最大値は $x=-3$ のときなので

$y=-3\times(-3)^2=-27$

• 最小値は $x=0$ のときなので $y=0$

$-27 \leqq y \leqq 0$ //

6 右図において，m は $y=ax^2$ (a は定数) のグラフを表す。A は m 上の点であり，その座標は (4, 5) である。a の値を求めなさい。



Point

グラフが座標 (s, t) を通る ⇒ 式に代入できる。

$(4, 5)$ を $y=ax^2$ に代入すると

$5=a\times4^2$

$5=16a$

$a=\frac{5}{16}$ //

7 右の図のように放物線 $y=-x^2$ 上に点 A，y 軸上に点 B がある。また，直線 AB と x 軸の交点を C とする。点 A の x 座標は -2 であり，点 B の y 座標は -2 である。

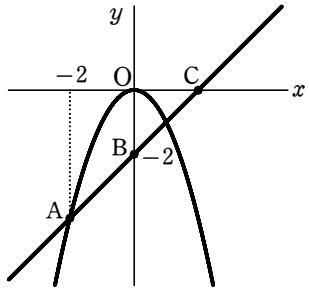
このとき，次の (1) ～ (4) の問いに答えなさい。

(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 直線 AB の式を求めなさい。

(3) 点 C の x 座標を求めなさい。

(4) △OAC の面積を求めなさい。



(1) A の x 座標が -2 なので $y=-x^2$ に代入できる。

$y=-(-2)^2=-4$ //

(2) A $(-2, -4)$ B $(0, -2)$

傾き $=\frac{-2-(-4)}{0-(-2)}=1$

切片 $=$ B $=-2$

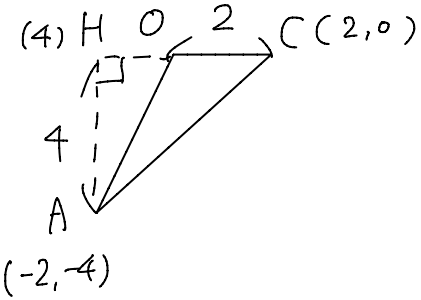
$y=x-2$ //

(3) C は $y=x-2$ の x 軸上の点である。

つまり $y=0$ 上の点。

$0=x-2$，$x=2$ //

(4)

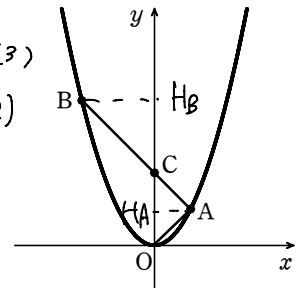


$\triangle OAC = OC\times AH\times\frac{1}{2}$

$=2\times4\times\frac{1}{2}$

$=2$ //

8 右の図のように，関数 $y=x^2$ …… ① のグラフがあります。原点を通り，傾きが 1 の直線と ① のグラフの交点を A とします。次に点 A を通り，傾きが -1 の直線と ① のグラフとの交点のうち点 A と異なる点を B とするとき，点 B の x 座標が -2 となります。 (3) (2)
このとき，次の問いに答えなさい。 (1)



(1) 点 B の座標を求めなさい。
(2) 直線 AB の式を求めなさい。
(3) △OAB の面積を求めなさい。
(4) 直線 AB と y 軸との交点を C とし，① のグラフ上に点 P をとります。△OCP の面積が △OAB の面積の $\frac{1}{2}$ 倍になるとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は負とします。

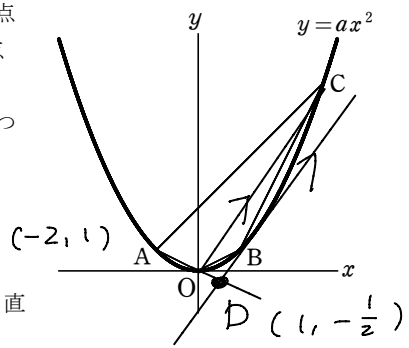
(1) Bのx座標が-2なので
$y=x^2$に代入し $y=4$
$B(-2, 4)$ //

(2) 問題文(2)より
$y=-x+b$と表せる。
このグラフは $B(-2,4)$
を通るので 代入できる。
$4=-(-2)+b$, $b=-2$
$y=-x+2$ //

(3) Aは $y=x^2$ と $y=x$
の交点なので 代入し，
二次方程式を解く。
$x^2=x$ $x^2-x=0$
$x(x-1)=0$ $x=0, 1$
$A(1, 1)$
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$
$=OC\times AH_A\times\frac{1}{2}$
$+OC\times BH_B\times\frac{1}{2}$
$=2\times2\times\frac{1}{2}+2\times1\times\frac{1}{2}$
$=3$ //

(4) Pのx座標を$-p$とする。
$\triangle OCP=OC\times p\times\frac{1}{2}=p$
$=\frac{1}{2}\triangle OAB=\frac{3}{2}$
よって $p<0$より $p=-\frac{3}{2}$
$P(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ //

9 右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，3 点 A，B，C がある。点 A の座標は $(-2,\ 1)$ で，点 B，C の x 座標は，それぞれ 2，6 である。また，原点 O，点 B，C，A を結び，四角形 OBCA をつくる。 (2)
このとき，次の (1) ～ (3) の問いに答えなさい。
ただし，$a>0$ とする。



(1) a の値を求めなさい。
(2) 2 点 O，C を通る直線に平行で，点 B を通る直線の式を求めなさい。
(3) 点 C を通り，四角形 OBCA の面積を 2 等分する直線と直線 OA の交点の座標を求めなさい。

(1) $A(-2, 1)$を $y=ax^2$に代入し
$a=\frac{1}{4}$ //

(2) 文(2)より $B(2, 1)$, $C(6, 9)$
OCの傾き $=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$
$B(2, 1)$ を通るので
$y-1=\frac{3}{2}(x-2)$
$y=\frac{3}{2}x-2$ //

(3) $y=\frac{3}{2}x-2$ と AO の
交点をDとし，AD
の中点が答え。
$(\triangle OCB=\triangle OCD)$

- OA：$y=-\frac{1}{2}x$ と
$y=\frac{3}{2}x-2$ の交点は
連立方程式を解き
$D(1, -\frac{1}{2})$

- ADの中点は
$(\frac{-2+1}{2}, \frac{1+(-\frac{1}{2})}{2})$
$=(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ //

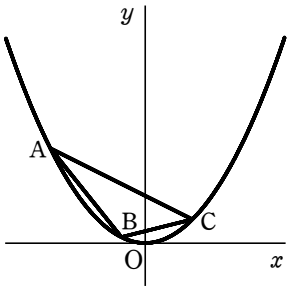
10 右の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に3点A，B，Cがあり，それぞれの x 座標を a，b，2とする。ただし，a，b はともに2ではないとする。3点をそれぞれ線分で結ぶと△ABCができる。線分BC，CAの傾きはそれぞれ $\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{2}$ である。 (1)′

次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) a，b の値を求めなさい。

(2) △ABCの面積を求めなさい。

(3) △ABCと△ACPの面積が等しくなるような点Pの座標を y 軸上にとる。点Pの座標を求めなさい。ただし，点Pの y 座標は正の値とする。



(1) 文(1)より $A(a, \frac{1}{4}a^2)$，$B(b, \frac{1}{4}b^2)$，$C(2, 1)$ となる。

(1)′より BCの傾き $= \dfrac{1-\frac{1}{4}b^2}{2-b} = \dfrac{1}{4}$ を解く。

$= \dfrac{\frac{4-b^2}{4}}{2-b} = \dfrac{(2+b)\cancel{(2-b)}}{4\cancel{(2-b)}} = \dfrac{1}{4}$ 　因数分解

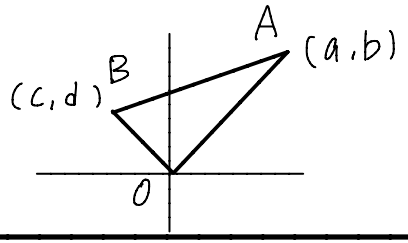
$\dfrac{2+b}{4} = \dfrac{1}{4}$ 　$b=-1$

• 同様に

CAの傾き $= \dfrac{1-\frac{1}{4}a^2}{2-a} = -\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{2+a}{4} = -\dfrac{1}{2}$ 　$a=-4$

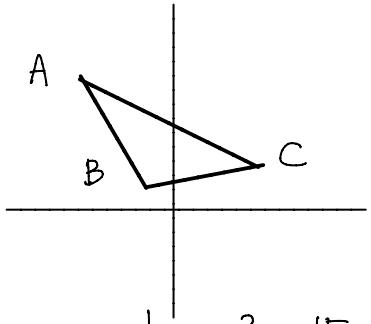
◎ 三角形の面積の求め方



$\triangle OAB = \dfrac{|ad-bc|}{2}$ ← 絶対値

これを使うために原点に平行移動させました。

(2) (1)より $A(-4, 4)$，$B(-1, \frac{1}{4})$，$C(2, 1)$ となる。



Bを原点に平行移動すると

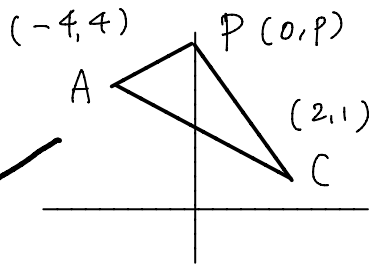
$A'(-4+1, 4-\frac{1}{4}) = (-3, \frac{15}{4})$

$B'(0, 0)$

$C'(2+1, 1-\frac{1}{4}) = (3, \frac{3}{4})$

$\triangle ABC = \dfrac{\left|-3\times\frac{3}{4} - \frac{15}{4}\times 3\right|}{2} = \dfrac{-\frac{9}{4}-\frac{45}{4}}{2} = \dfrac{27}{4}$ ← 絶対値

(3) $P(0, p)$ とする。



(2)同様 Pを原点に平行移動すると

$A'(-4, 4-p)$

$P(0, 0)$

$C'(2, 1-p)$

$\triangle ACP = \dfrac{|-4(1-p) - 2(4-p)|}{2} = \dfrac{-4+4p-8+2p}{2}$

$= \dfrac{|6p-12|}{2}$ 　$p>2$ なので $\dfrac{6p-12}{2} = 3p-6 = \dfrac{27}{4}$

$3p = \dfrac{27}{4} + \dfrac{24}{4}$，$3p = \dfrac{51}{4}$，$p = \dfrac{17}{4}$ 　$\therefore P(0, \frac{17}{4})$